

組合模式數值天氣預報之研究

梁 文 傑 蕭 錫 璋

中央研究院物理研究所

胡 仲 英 陳 熙 揚 徐 月 娟

中 央 氣 象 局

(中華民國六十八年七月五日收件，同年八月二十日修正)

摘 要

本文係研究組合模式數值天氣預報的可能性。一方面以北半球準地轉模式從事粗網格網上的預報，一方面以此結果作為邊界值從事有限區域內細網格網上原始方程式的預報。結果顯示對於大規模天氣系統的分布與運動狀態，此種組合模式的預報確能大大改進預報的精確度，唯每小時更新一次邊界值似應縮短以增強有限區域邊界處的播散效果。

一、引 言

由於電子計算機及各種數值模擬方法之發展，許多國家數值天氣預報已被廣泛採用為日常作業，而我國正值經濟高度發展，工業突飛猛進，天氣預報對各行業亦愈加重要。為應國計民生之需，數值天氣預報之作業化，實為當務之急。

數值天氣預報始於英人 L. F. Richardson，可惜由於觀測資料之不足，以及由聲波與重力波所引起之數值不穩定問題，使得 Richardson 的嘗試終歸失敗，也使得爾後許多年中數值預報不再為人所試。直至一九四八年，J. G. Charney 證明大氣運動之動力方程式可藉由流體靜力 (hydrostatic) 及地轉 (geostrophic) 假設，濾去聲波及重力波而簡化之，此即為準地轉模型 (quasi-geostrophic model) 之基石。在許多試驗中顯示出此模型在中緯度地區約可得 10~20% 以內的準確度。近年來由於準確度之要求日益增高，準地轉模型已不敷應用。更有進者，若欲使用此模型於低緯度地區，由於地轉假設不佳，流線函數需從頗為複雜之平衡方程式 (balance equation) 求得，使得求解過程耗時耗力，就所耗之時間，所遭遇之困擾，與所得之準確度相較，顯得頗不經濟。近年來，由於數值模擬方法之發展，短波之壓制及時間積分之穩定問題已可初步解決，原始方程式模式 (primitive equation model) 之數值預報乃應運而生。

在原始方程式模式中，大氣運動仍假設合乎流體靜力近似 (hydrostatic approximation)，因此等壓坐標仍然可用，此坐標擁以下數優點：(1) 一般氣象資料皆為等壓坐標，(2) 連續方程式之形態極為簡單，(3) 大氣密度不顯然出現，(4) 聲波完全被濾去。然而，由於原始方程式模式含有重力波，與濾過性模式 (Filtered Models, 諸如準地轉模式等) 相較，較易受擾動的影響，當預報地區為有限區域時，由於邊界條件無法真切的模擬，此種誤差的影響在原始方程式模式的預報過程中會很快的由邊界傳播到整個預報地區。此問題的根本解決辦法當然是採用全球預報模式 (global model)，但是由於原始方程式模式所包含的變數甚多，當垂直層數與水面網格數目足以產生滿意的精確度時，計算機的容量與所耗的時間皆非我

* 本研究部份曾受行政院國家科學委員會之補助

們現階段所能承受，因此乃有「組合模式」構想的產生。

所謂組合模式係將北半球準地轉模式與有限區域原始方程式模式聯合使用，一方面使北半球準地轉模式作預報，並將每一個時間間格點的預報值存於磁帶中，另一方面以原始方程式模式在有限區域作預報，預報過程中的有限區域邊界值則取自磁帶中的半球模式預報值，如此，則一方面可減少計算機的容量負荷，另一方面又可合理的模擬有限區域的邊界狀況。當然，利用組合模式處理有限區域邊界值的方法很多，但本研究僅就其中一種作數值實驗，亦即每一小時以北半球準地轉模式的預報值更新有限區域的邊界值，而此後一小時內的邊界值則保維不變。此種方法誠然簡單，却能顯示出邊界值處理與否的效果。

為便於瞭解組合模式的功效，本研究同時討論北半球準地轉模式，固定邊界值之原始方程式模式與組合模式（更新邊界值之原始方程式模式）三種模式二十四小時的預報結果，且與實際天氣狀況作詳細的印證。

二、北半球準地轉模式

模式使用於 (x, y, p, t) 坐標上，主要的控制方程式包括運動方程式、連續方程式、熱力方程式、流體靜力方程式、狀態方程式：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + f v - \frac{\partial \phi}{\partial x} - g \frac{\partial \tau}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - f u - \frac{\partial \phi}{\partial y} - g \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{C_p} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{R/C_p} \frac{dQ}{dt} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{RT}{p} \quad (5)$$

$$p = \rho RT \quad (6)$$

其中 u, v 表示 x, y 方向的水平風場單位為 ms^{-1} ， $\omega = \frac{dp}{dt}$ 單位為 mbs^{-1} ， f 為科氏力， ϕ 為重力位高度場， g 為垂直加速度， τ 為摩擦力， T 為氣溫， θ 為位溫， $\theta \equiv T \left(\frac{1000}{p} \right)^{R/C_p}$ ，單位為 $^{\circ}K$ ， C_p 為等壓比熱， $P_0 = 1000mb$ ， $\frac{dQ}{dt}$ 為單位時間，單位質量的空氣的加熱率。

在準地轉假設下（輻合項除外）由（1），（2）可得渦度度（ ζ_g ）方程式：

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 Z = -J(Z, \xi + f) + \frac{\bar{f}^2}{g} \frac{\partial \omega}{\partial p} - \bar{f} \bar{k} \cdot \nabla \times \frac{\partial \tau}{\partial p} = F^1(Z, \omega) \quad (7)$$

由（4），（5），（6）諸式可將熱力方程式化為：

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial Z}{\partial p} \right) = -\frac{g}{f} J \left(Z, \frac{\partial Z}{\partial p} \right) - \sigma \omega - \frac{R}{C_p g p} \left[\frac{dQ}{dt} - \frac{d\bar{Q}}{dt} \right] = F^2(Z, \omega) \quad (8)$$

由（7）（8）式可得準地轉 ω 方程式：

$$\sigma \nabla^2 \omega + \frac{\bar{f}^2}{g} \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = \frac{g}{f} \nabla^2 \left[J \left(\frac{\partial Z}{\partial p}, Z \right) \right] - \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{g}{f} \nabla^2 Z + f, Z \right] - \frac{R}{C_p g p} \nabla^2 \frac{dQ}{dt} + \bar{f} \bar{k} \cdot \nabla \times \frac{\partial^2 \tau}{\partial p^2} \quad (9)$$

式中 $\sigma = -\frac{\alpha}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p}$ 為靜力穩定度， $\frac{dQ}{dt}$ 為對空間平均的輻射冷却率，而加熱率 $\frac{dQ}{dt}$ 則包括可感熱 $\frac{dQ_s}{dt}$ 及潛熱 $\frac{dQ_l}{dt}$ 。根據 Gambo (1963) 可感熱可假設為：

$$\frac{dQ_s}{dt} = A |V_{1000}| (T_{sea} - T_{1000}) \left(\frac{p}{1000}\right)^2, \quad (10)$$

$$A = 0.001, \quad \text{當 } T_{sea} > T_{1000},$$

$$= 0.0001, \quad \text{當 } T_{sea} < T_{1000},$$

$$|V_{1000}| = 0.7 |V_{900}|,$$

而潛熱釋放 (在此僅考慮大規模運動可產生之穩定加熱) 可設為 (Gambo, 1963; Danard, 1966; Miller et. al., 1972)

$$\frac{dQ_L}{dt} = -LF^* \omega \Delta s, \quad \omega < 0, \quad p \geq 700\text{mb}, \quad (11)$$

$$= 0, \quad \text{其他情況},$$

式中 F^* 為 (Kuo 1965; Haltiner & Martin 1957) :

$$F^* = \left[\left(\frac{\partial q^*}{\partial p} \right)_T + \frac{RT}{C_p p} \left(\frac{\partial q^*}{\partial T} \right)_p \right] \cdot \left[1 + \frac{L}{C_p} \left(\frac{\partial q^*}{\partial T} \right)_p \right]^{-1}, \quad (12)$$

$$q^* = 0.622 e [p - 0.378 e]^{-1},$$

$$e = 6.11 \left[\frac{273}{T} \right]^{5.31} \exp \left[25.22 \left(1 - \frac{273}{T} \right) \right] \text{ 為飽和水汽壓},$$

式中 q^* 與 e 分別為飽和混合比與飽和水汽壓, Δs 為大氣團中飽和百分率:

$$1 \geq \Delta s = 1 - \frac{T - T_d}{\Delta T} \geq 0,$$

ΔT 為一經驗值設為 $2.5 \text{ }^\circ\text{K}$, 將 (11) 代入 (9) 式, 則 ω 方程式可寫為

$$\nabla^2 \sigma^* \omega + \frac{\bar{f}^2}{g} \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = \frac{g}{f} \nabla^2 \left[J \left(\frac{\partial Z}{\partial p}, Z \right) - \frac{\partial}{\partial p} \left[J \left(\frac{g}{f} \nabla^2 Z + f, Z \right) \right] - \frac{R}{C_p g p} \nabla^2 \frac{dQ_s}{dt} \right. \\ \left. + \bar{f} \vec{k} \cdot \nabla \times \frac{\partial^2 \tau}{\partial p^2} = F^3(Z), \quad (13)$$

式中

$$\sigma^* = \sigma - \frac{RLF^*}{C_p g p} \nabla s \geq 0.2 \bar{\sigma}, \quad \text{當 } \omega < 0 \quad \text{且 } p > 500\text{mb}, \quad (14)$$

$$= \sigma, \quad \text{其他情況}。$$

關於摩擦阻力 τ , 本文不考慮高聳山嶺之影響, 並假設渦流黏滯所引起之側面混合所造成的阻力不大, 可予以忽略, 則大氣與地球表面摩擦阻力可粗估為 (Cressman, 1960) 在 1000mb 處

$$\tau = \rho C_D |V_{1000}| V_{1000}, \quad (15)$$

其餘各層 τ 為零, 式中 C_D 為阻力係數, 假設為 (Staff members, 1965; Miller, 1969)

$$C_D = [1.0 + 0.07 |V_{1000}|] \times 10^{-3}, \quad \text{在海面上}, \quad (16)$$

$$= 0.003, \quad \text{在陸地上}。$$

至於溫度露點差 ($T - T_d$) 的預報係參考 Danard (1966) 提出的方法:

$$\frac{\partial}{\partial t} (T - T_d) = -\vec{V}_g \cdot \nabla^2 (T - T_d) + K \nabla^2 (T - T_d), \quad \text{當 } T = T_d \quad \text{且 } \omega < 0, \quad (17)$$

$$= -\vec{V}_g \cdot \nabla^2 (T - T_d) + \omega \left\{ \frac{d}{dp} (T - T_d) \right\} + K \nabla^2 (T - T_d), \quad \text{其他情況},$$

式中 K 為水平紊流擴散係數 (取為 $2 \times 10^{-10} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$)。此式可預報某一定層溫度露點差之時間增量

，因而求得下一個時間溫度露點差之值。其他各層則可聯合熱力學第一定律與 Clausius-claypeyron 方程式：

$$\left[\frac{d}{dp} (T - T_d) \right]_p = \frac{\alpha}{C_p} \frac{R T_d^2}{0.622 L_v p} , \quad (18)$$

與已預報之值外插而得。

北半球準地轉模式，係以北半球為計算範圍，利用 Polar stereoprojection 投影於投影面上，由於水平面之側向邊界恰在赤道附近，故可以固定邊條件模擬之。在垂直方面則假設大氣層頂與底的垂直速度皆為零。

三、有限區域原始方程式模式

在此模式中不考慮地形及摩擦阻力，在 (x, y, p, t) 坐標上的控制方程式為運動方程式、熱力方程式、連續方程式、流體靜力方程式：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - \omega \frac{\partial u}{\partial p} + f v - \frac{\partial \phi}{\partial x} , \quad (19)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - \omega \frac{\partial v}{\partial p} - f u - \frac{\partial \phi}{\partial y} , \quad (20)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -u \frac{\partial \theta}{\partial x} - v \frac{\partial \theta}{\partial y} - \omega \frac{\partial \theta}{\partial p} + \frac{\theta}{C_p T} \frac{d(Q - \bar{Q})}{dt} , \quad (21)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 , \quad (22)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{RT}{p} . \quad (23)$$

其中 $u, v, \theta, \omega, \phi$ 為未知數， $\frac{dQ}{dt}$ 為加熱率，表示方法與前同，由 (20) 對 x 微分，(19) 對 x 微分二式相減，經輻度分析可得平衡方程式

$$\nabla^2 \phi = f \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) - u \frac{\partial f}{\partial y} + 2J(u, v) \quad (24)$$

大氣中大輻度的運動是準平衡狀態的，要達到完全的平衡並不可能，事實上也不存在，尤其是在摩擦阻力大和熱效應大的地方。此外，觀測資料的誤差及雜波的存在，使模式在計算過程中產生慣性重力波的擾動而使計算失敗。所以在計算之前必須校正原始資料，使壓力場與風場儘可能接近平衡狀態，此即初值化 (Initialization) 之手續。本文利用平衡方程式， ω 方程式，流體靜力方程式和連續方程式來處理初值化的問題 (Hawkins, 1972)，其步驟如下：

- (1) 以高度場經平衡方程式，求得流線函數 (Stream function)，即得風的旋轉部份 (rotational part)：

$$f \nabla^2 \psi - u \frac{\partial f}{\partial y} + 2(\psi_{xx} \psi_{yy} - \psi_{xy}^2) = \nabla^2 \phi , \quad (25)$$

式中足碼 x, y 表示對 x 或 y 微分。

- (2) 溫度場由厚度經流體靜力方程式計算而得：

$$T = -\frac{p}{R} \frac{\partial \phi}{\partial p} , \quad (26)$$

$$\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^{R/C_p}$$

(3) 風的輻散部份 (divergent part), χ , 由連續方程式求得:

$$\nabla^2 \chi = -\frac{\partial \omega}{\partial p}. \quad (27)$$

求解時, 假設 ω 之初值為零, ω 及 χ 的邊界值為零, 反覆求至 $n+1$ 次, 使 $|\chi^{n+1} - \chi^n| \leq \epsilon$ 本文中 ϵ 取為 10^{-2}sec^{-1} 。由所得之 Ψ 與 χ 可得風場為

$$u = -\frac{\partial \Psi}{\partial y} + \frac{\partial \chi}{\partial x}, \quad (28)$$

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{\partial \chi}{\partial y}. \quad (29)$$

(4) 垂直速度由 ω 方程式求得:

$$\nabla^2 \sigma^* \omega + f^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = -\nabla^2 \left[J(\Psi, \frac{\partial \phi}{\partial p}) + \nabla \chi \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} + \frac{R}{C_p p} \cdot \frac{dQ}{dt} + \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{\partial}{\partial t} \nabla f \cdot \nabla \Psi + f J(\Psi, \eta) + f \nabla \chi \cdot \nabla f \right] \right], \quad (30)$$

其中 η 為絕對渦旋度 (absolute vorticity), 而

$$\begin{aligned} \sigma^* &= \sigma - 0.06 \Delta s \cdot \frac{R}{p} \geq 0.2 \bar{\sigma}, & \text{當 } \omega < 0 \text{ 或 } p > 500 \text{ mb,} \\ &= \sigma \geq 0.2 \bar{\sigma}, & \text{當 } \omega \geq 0 \text{ 或 } p \leq 500 \text{ mb,} \end{aligned} \quad (31)$$

σ 為靜力穩定度 (static stability)。 (30) 式中假設 ω 的邊界值為零。反覆求至 $n+1$ 次使 $|\omega^{n+1} - \omega^n| \leq 10^{-6} \text{mb/sec}$ 。

(5) 重複(1)至(4)的步驟, 直至符合所有條件為止。如此可得一組近乎平衡的初始 u, v, θ, ϕ , 及 ω 值。

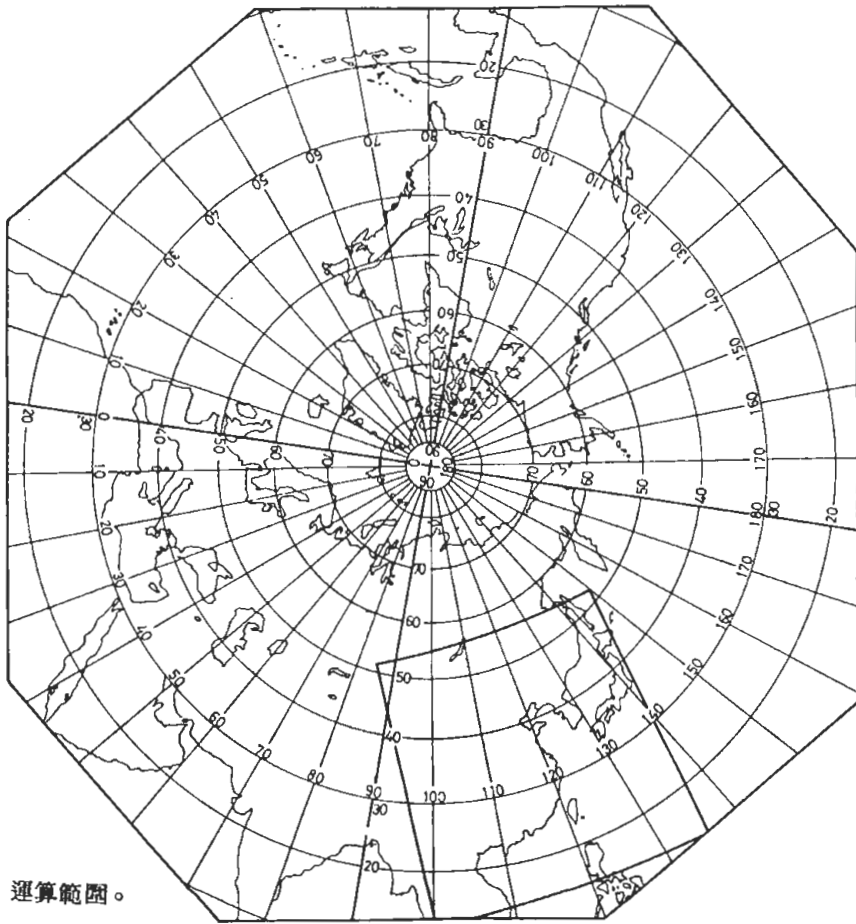
四、模式之組合與比較

為了使有限區域原始方程式模式在預報區域的邊界上能夠更適當的模擬實際天氣狀況, 本文將北半球準地轉模式與有限區域原始方程式模式合併使用, 也就是以北半球準地轉模式所預報者作為有限區域原始方程式模式之邊界值。由於兩種模式之時間間格與空間間格不同, 北半球準地轉模式在網格點上之起始值與預報值需經內插至有限區域原始方程式模式的網格點上, 因北半球準地轉模式之時間間格為一小時, 所以本文將半球模式內插至有限區域網格點上的初始值 (包括海水溫度, 600, 800mb 的溫度露點差場, 300, 500, 700, 900mb 上的高度場及溫度場) 及每小時預測的高度場, 溫度場在有限區域邊界上的網格值寫在磁帶上, 當有限區域原始方程式模式進行預報時, 有限區域之邊界值以半球模式之預報值每一小時更新一次, 而在此一小時的時間間格內此值則固定不變。

為便於瞭解組合模式之預報能力, 本文將北半球準地轉模式與有限區域原始方程式模式 (固定邊界值) 24 小時之預報場與組合模式預報場相比較, 並且與實際天氣情況相印證。由於有限區域原始方程式模式與組合模式之相異僅在於邊界值之有否更新, 故預報效果之良否當可顯示出邊界值更新之實際效應, 而北半球準地轉模式之預報效果則可顯示出用以更新之邊界值是否具實際代表性。

五、數值方法與分析

北半球準地轉模式, 以北半球為計算範圍, 在此範圍內共分 (24 × 26) 個網格點。各網格點間的距離為 762 公里。有限區域原始方程式模式運算範圍在東亞地區, 以北緯 30 度, 東經 120 度為參考點。共 (19 × 20) 個網格點, 各網格點間的距離為 240 公里 (參見第一圖)。



圖一 運算範圍。

A. 北半球準地轉模式

將大氣垂直分作四層，以 200mb 為此模式之頂，以 1000mb 為底，其分層的方式及各變數所在層次請參見第二圖 (a)。在水平網格坐標中，起始點在左下角。網格間距離相等，以 d 表示。900mb 的高處場由下式求取：

$$z = a + b \ell_n p + c (\ell_n p)^2 \quad (32)$$

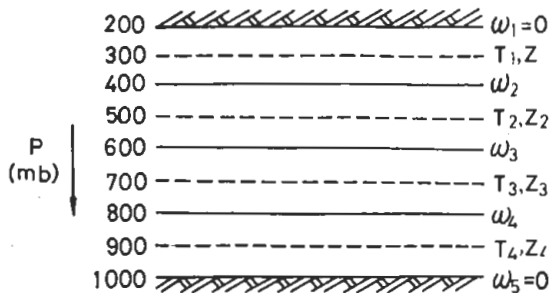
北半球準地轉模式之預報步驟如下：

(1) 由 (12) 式化為定差式可寫為：

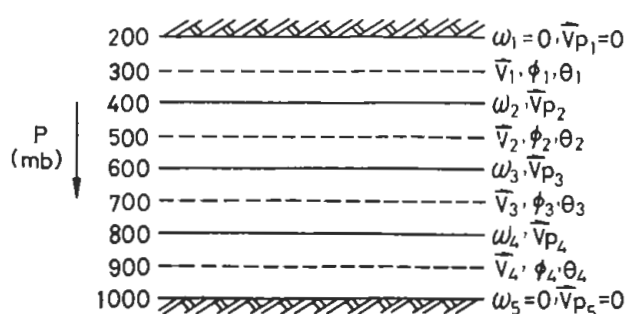
$$\omega_{i,j,k}^p = \left[\sigma_{i+1,j,k}^* \omega_{i+1,j,k} + \sigma_{i-1,j,k}^* \omega_{i-1,j,k} + \sigma_{i,j+k}^* \omega_{i,j+1,k} + \sigma_{i,j-1,k}^* \omega_{i,j-1,k} \right. \\ \left. + \frac{\bar{f}^2 d^2}{gm^2 \Delta p^2} (\omega_{i,j,k+1} + \omega_{i,j,k-1}) - \frac{F_{ijk}^3 d^2}{m^2} \right]^n / \left[4\sigma_{i,j,k}^* + \frac{2\bar{f}^2 d^2}{gm^2 \Delta p^2} \right]^n, \quad (33)$$

式中 n 及 $n+1$ 為反復過程中二連續步驟， m 為 polar stereo-projection factor。

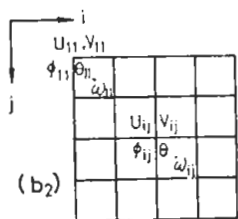
在適當的邊界條件下，(33) 式重複運用到



(a)



(b)



圖二 垂直分層結構 (a) 北半球準地轉模式 (b1) 有限區域原始方程式模式 (b2) 有限區域原始方程式模式水平網格系統。

$$\max | \omega_{ijk}^{n+10} - \omega_{ijk}^n | \leq \epsilon, \quad (34)$$

$$\epsilon = 10^{-6}.$$

由此可以得 ω 場, Δt 為時間增址, 為使計算穩定, 必須符合 von Neumann 必要條件:

$$\Delta t \leq \min \left(\frac{d}{|u| + |v| + |\omega|} \right), \quad (35)$$

式中 u, v 為水平方向風速, 以地轉風近似取代, ω 為垂直速度 ($\omega = \frac{dz}{dt}$)。故上式亦可寫為:

$$\Delta t \leq \min \frac{d}{\frac{g}{f} \left(\left| \frac{\partial z}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial z}{\partial y} \right| \right) + \left| \omega \frac{\partial z}{\partial p} \frac{d}{d\Delta p} \right|} \quad (36)$$

上式中 d_{ap} 為 Δp 之厚度。

(2)同理, 渦旋度方程式, (7) 式, 寫成定差式為:

$$\frac{\partial z^{n+1}}{\partial t_{ijk}} = 0.25 \left[\frac{\partial z}{\partial t_{i+1,j,k}} + \frac{\partial z}{\partial t_{i-1,j,k}} + \frac{\partial z}{\partial t_{i,j+1,k}} + \frac{\partial z}{\partial t_{i,j-1,k}} - \frac{d^2}{m^2} F_{ijk}^n \right] \quad (37)$$

此式重複運用以解 500mb 的高度趨勢 $\frac{\partial z}{\partial t}$ 場, 直至

$$\max \left| \frac{\partial z^{n+10}}{\partial t_{ijk}} - \frac{\partial z^n}{\partial t_{ijk}} \right| \leq \epsilon$$

因此可得 500mb 在下一時刻的預報高度場。

(3)再由厚度方程式 (8) 式, 可得下一時刻 300 ~ 500, 500 ~ 700, 700 ~ 900mb 間的厚度場, 進而可得 300, 700, 900mb 一時刻的預報高度場。

上述(1)至(3)步驟重複運用, 直到所須預報的時刻 (24 小時) 為止。

以上諸式之 $F^1 F^2 F^3$ 除 Jacobian 項以 Arakawa (1971) 方式表示外, 其餘皆採用中間差分法。

本模式之邊界條件, 在 200 與 1000mb 層上令 ω 為零。在水平面上, 由於探討的是北半球短時間模擬問題, 假設在預報時間範圍 (24 小時) 內, 邊界上的高度場不變外, 並假設固定的邊界條件即:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = 0, \quad \text{在側邊界上。} \quad (38)$$

若不考慮邊界及其以外之熱源, 則 (8) 式可得

$$\omega_{\text{邊界}} = - \frac{g}{\bar{\sigma} \bar{f}} J \left(z, \frac{\partial z}{\partial p} \right) \quad (39)$$

此外, 本模式之時間間隔 $\Delta t = 1$ 小時, 當時間開始時 ($t = 0$) 採用前差分法以後, $t > 0$, 採用中間差分法外延以求取下一時刻的預報值。

B. 有限區域原始方程式模式

此模式在垂直方向上亦分為四層, 以 200mb 為模式頂, 1000mb 為底其垂直分層及各變數所在層次請參見第二圖 (b1)。

在此模式中運算範圍在水平面為 $(NX-1)$ ， $(NY-1)$ 的有限區域網格， $NX=19$ ， $NY=20$ ，各網格點間之距離為 240 公里，假設 ω ， $\frac{\partial u}{\partial p}$ ， $\frac{\partial v}{\partial p}$ 值在模式頂及底部為零。利用定差數值分析可得 (19) 式至 (23) 式的聯立方程。其水平網格系統如第二圖 (b2)，起始點在左上角 (19) 式至 (23) 式的定差方程式可寫為：(Miller, 1969; Shuman, 1957)：

$$\bar{u}_t = -\bar{m}^{xy} \left[\bar{u} \bar{u}_x + \bar{v} \bar{u}_y + \bar{\phi}_x \right] - \bar{\omega}^p \bar{u}_p + \bar{f}^{xy} \bar{v}^{xy} \quad (40)$$

$$\bar{v}_t = -\bar{m}^{xy} \left[\bar{u} \bar{v}_x + \bar{v} \bar{v}_y + \bar{\phi}_y \right] - \bar{\omega}^p \bar{v}_p - \bar{f}^{xy} \bar{u}^{xy} \quad (41)$$

$$\bar{\theta}_t = -\bar{m}^{xy} \left[\bar{u} \bar{\theta}_x + \bar{v} \bar{\theta}_y \right] - \bar{\omega}^p \bar{\theta}_p + \frac{1}{C_p} \left(\frac{1000}{p} \right)^{R/C_p} \left(\frac{dQ}{dt} - \frac{dQ}{dt} \right)^{xy} \quad (42)$$

$$\bar{m}^{xy} \cdot (\bar{u}_{xp} + \bar{v}_{yp}) = -\bar{\omega}_{pp} \quad (43)$$

$$\bar{\phi}_p = -\frac{R}{p} \left(\frac{p}{1000} \right)^{R/C_p} \bar{\theta}^{xy} \quad (44)$$

$$\frac{\bar{m}^2}{d^2} \Delta^2 \bar{\phi} = \bar{f}^{xy} (\bar{v}_x - \bar{u}_y) - \bar{f}_y^x \bar{u}^{xy} + \frac{2\bar{m}^2}{4d^2} J(u, v) \quad (45)$$

其中 $\bar{A}^{xyxx} = \frac{1}{16} (A_{j+1, j+1} + A_{i+1, i-1} + A_{i-1, j+1} + A_{i-1, j-1}) + \frac{1}{8} (A_{i+1, j} + A_{i-1, j} + A_{i, j+1} + A_{i, j-1}) + \frac{1}{4} A_{i, j}$ (46)

$$\bar{A}_x^{xyy} = \frac{1}{8\Delta x} (A_{i+1, j+1} + A_{i+1, j-1} - A_{i-1, j+1} - A_{i-1, j-1}) + \frac{1}{4\Delta x} (A_{i+1, j} - A_{i-1, j}) \quad (47)$$

$$\bar{A}_y^{xyy} = \frac{1}{8\Delta y} (A_{i+1, j+1} + A_{i-1, j+1} - A_{i+1, j-1} - A_{i-1, j-1}) + \frac{1}{4\Delta y} (A_{i, j+1} - A_{i, j-1}) \quad (48)$$

$$\bar{\omega}^{xy} = \frac{1}{4} (\omega_{i, j} + \omega_{i+1, j} + \omega_{i, j-1} + \omega_{i-1, j-1}) \quad (49)$$

$$\bar{u}_{pk} = \frac{1}{2\Delta p} (u_{k+1} - u_{k-1}), \bar{v}_{pk} = \frac{1}{2\Delta p} (v_{k+1} - v_{k-1}), \bar{\theta}_{pk} = \frac{1}{\Delta p} (\theta_k - \theta_{k-1}) \quad (50)$$

$$\bar{\omega}_{pp} = \frac{1}{(\Delta p)^2} (\omega_{k+1} + \omega_{k-1} - 2\omega_k) \quad (51)$$

足碼 t, x, y, p 分別表示對時間及空間水平，垂直方向之偏微分， \bar{A} 表示平均值。J 表示 Jacobian 運算子，採用 Arakawa 的方法，使渦旋度平方 (the square vorticity) 及動能守恒 (Arakawa, 1971)。在此模式中採用自由滑動邊界條件，(Free-slip B.C.)。其計算步驟為：

- (1) 由 (40), (41), (42) 式分別可計算 $\bar{u}_t, \bar{v}_t, \bar{\theta}_t$ 再對時間積分可得下一時刻的風場 u, v 及相當位溫場 θ 。
 - (2) 將步驟(1)中求得的風場代入 (45) 式可得下一時刻的重力位高度場 ϕ 。
 - (3) 步驟(1)中求得的風場代入 (43) 式可求得下一刻的 ω 場重複上述步驟，至所需預報的時刻為止。
- 此外，為抑制擾動之發展，模式中時間外插採用尤拉後差法 (Euler-backward time advancement)。

六、數值預報之結果與討論

本文所採用的資料為 NOAA 北半球網格點上的資料，時間為民國六十五年八月七日 00Z，此組資料

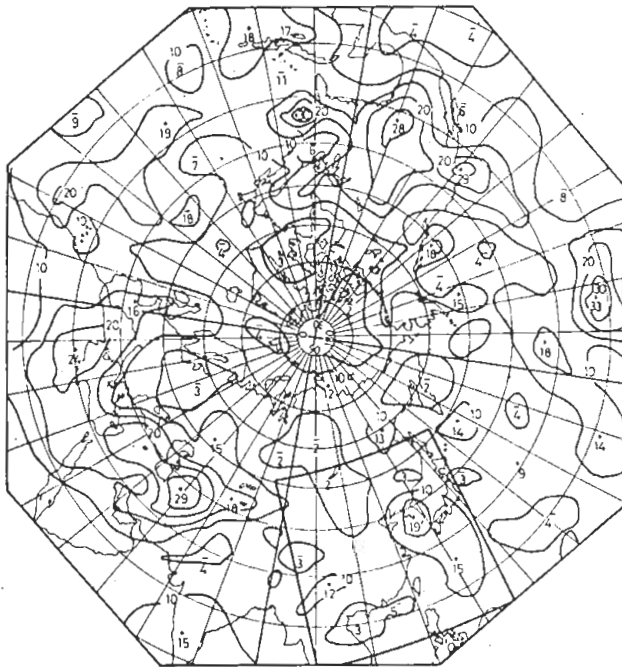
原為在八角形網格點上，原網格距為 381 公里。

共有 47×51 點，為適應計算機容量之要求，今每隔一點取一值，共取 24×26 個網格點值，網格距為 762 公里，輸入資料包括高度場 (300, 500, 700, 900mb) 溫度場 (300, 500, 700, 900mb) 平均相對濕度 (中層、低層分別換算為 600, 800mb 的溫度露點差值)，以及月平均海面溫度場。為便於分析與比較，茲將初始場及 12 小時與 24 小時之預報場分別敘述如下。

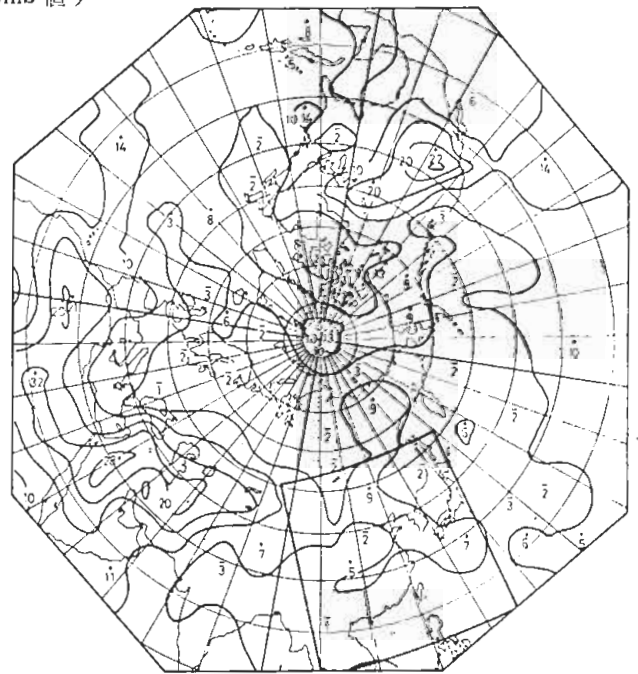
A. 初始場

由於吾人所選的個例為夏天的資料，針對季節及吾人所處區域高度場的垂直分佈及溫度場與濕度場的情形，就颱風而言 (見圖三 (a), (b))，其低層含水量豐富，此一暖心低壓隨高度的傾斜很小，其環流在 500mb 面上 (見圖四 (b))，只剩一低壓中心畫不出封閉等高線。而至 300mb 面則已無跡象可尋；至於太平洋的暖心高壓，則隨着高度的增加，高壓脊一直向西南伸展，只不過在 300mb 面上，在東經 180 度附近被分裂為二，但此時西邊分裂高壓的高壓脊已向西伸展至東經 80 度；而白令海的冷心低壓，水汽含量亦豐，隨着高度的增加，此低壓中心一直往西傾斜，亦即渦管 (vortex tube) 的軸心向西傾斜，故此低壓似有增強的可能。另外，貝加爾湖西北的冷心低壓，亦含有豐富的水汽，隨着高度的增加，此低壓的強度漸增，但中心傾斜很小，且槽線沒有明顯的溫度槽，故此低壓未來移速應為緩慢，即使增強亦屬有限。至於巴基斯坦的低壓，向上伸展較高，在 500mb 仍非常明顯，但西藏高原的暖心熱低壓，則隨高度迅速減弱，在 700mb 面上 (見圖四 (c)) 已消失不見。值得一提的是，對流中層 (700mb)，在海南島附近有一低壓中心，此一低壓中心可伸展至 500mb，但在 900mb 等高線圖上 (見圖四 (d)) 只有顯着的氣旋彎曲。

圖三 1976 年 8 月 7 日 0000Z 北半球溫度露點差場。等值線以 5°C 為間隔，圖中正、負號表示該處數值比周圍等值線高或低。(a) 中層 (原為 333 至 666mb 的平均值，當作 600mb 值) (b) 低層 (原為 666 至 1,000mb 的平均值，當作 800mb 值)

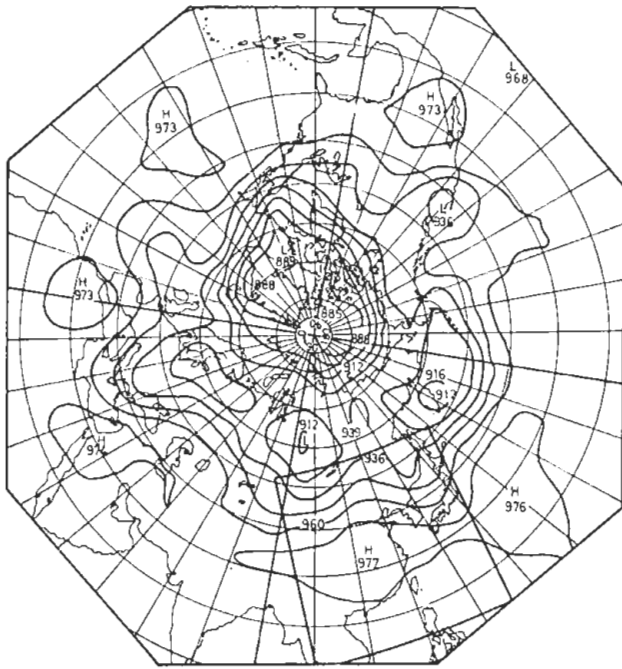


圖三 (a)

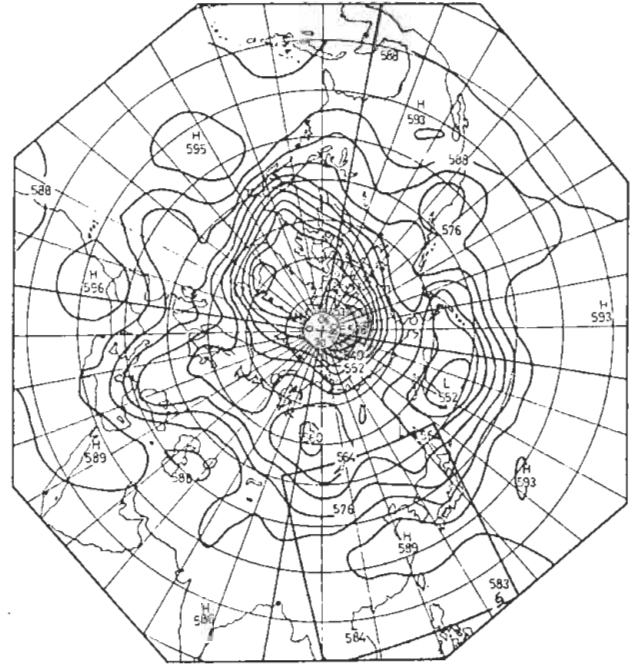


圖三 (b)

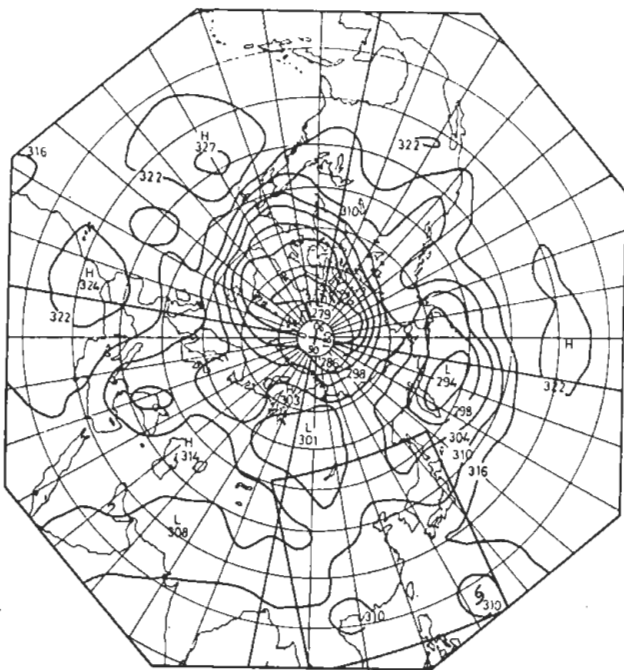
圖四 1976年8月7日0000Z北半球實際高度場，(a) 300mb，等值線以120公尺為間隔，(b) 500mb，等值線以60公尺為間隔(c) 700mb，等價值以30公尺為間隔(d) 900mb，等值線以30公尺為間隔，因網格點距離為762公里，故颱風環流不顯。



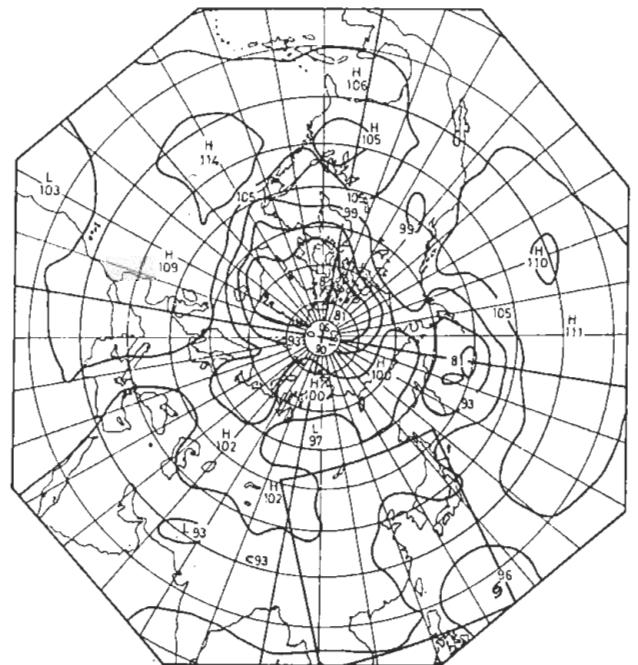
圖四 (a)



圖四 (b)



圖四 (c)



圖四 (d)

B. 二十四小時的預測結果

(1) 北半球準地轉模式的預測結果 (見圖五(a1)至(d1)):

颱風的位置，強度改變很少，700mb 上原有的颱風環流變為不封閉，其外圍環流位置與強度亦少改變。太平洋高壓在各層均向西伸展，在700mb，500mb及300mb分別到達東經60，85及80度。此外黃海的分裂高壓中心上升至具有封閉等高線的形態，700mb及500mb，前者上升至3,230公尺，後者上升至5,990公尺，300mb的中心高度場則升為9,860公尺。至於白令海的低壓仍然向東移動在700,500及300mb分別移至東經160,170,180度附近；另外在貝加爾湖西北的低壓位置沒有什麼變動，但各層強度均減，在300mb無封閉等高線，而700mb只剩強烈氣旋形彎曲等高線。至於巴基斯坦的低壓，在700mb消失，在500mb有一未具封閉等高線的低壓中心，而在300mb則變為高壓。此外，預測700mb極渦向南移動，強度增加，300mb東經30度左右的槽線向東移動。

(2) 北半球準地轉模式24小時預測值與實際情況比較:

1976年8月8日0000Z，實際天氣情況(圖五(a2)至(d2))為700mb颱風中心位於北緯20度，東經130度，其環流已接近台灣東南海面，此颱風環流垂直方向仍可達500mb，其中心位於北緯18度，東經130度，預測結果顯然不符，而700mb面上，極渦向南移，強度增加。在巴基斯坦(北緯30度，東經72度)乃東京灣附近，分別有兩個封閉低壓中心。至於太平洋高壓脊則僅伸展至東經137度。500mb亦僅伸至東經130度，中心在北緯27度，東經163度附近，強度為5,930公尺，故預測的高壓脊西伸過甚，中心過份增強。白令海的低壓中心在700mb仍在東經170度附近滯留，並未向東移動，其在500mb及300mb的位移亦屬有限，至於貝加爾湖西北的低壓與預測情況類似，但700mb仍有中心存在。此外，北緯30度附近的槽線亦與預測相近。

(3) 有限區域原始方程式模式的預測結果與實際情形的比較:

在此模式的預報範圍內，實際天氣型態(見圖五(a2)至(d2))大致如下：700mb颱風中心位於北緯20度，東經130度附近，其在500mb仍有封閉中心，到300mb其環流業已消失。太平洋高壓脊在700mb位於東經137度附近，隨著高度增加，其脊急劇向西伸展，在500mb伸展至東經107度，而在300mb則伸展至東經84度。另外，700mb在東經110度附近有一槽線，隨著高度的增加，此槽向西傾斜。以下分別討論兩種邊界條件的預報結果：

(a) 更新邊界值的預測結果(見圖六(a)至(d)):

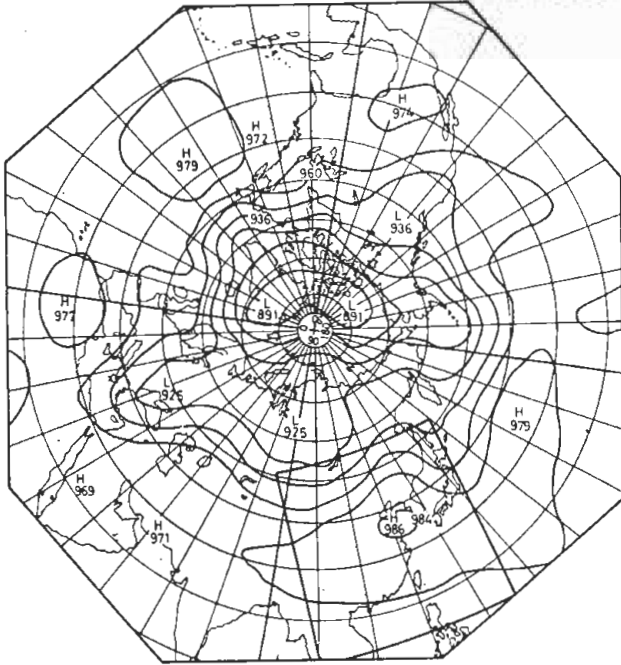
颱風的預測速度在700mb較實際慢3個經度，500mb在北緯16度，東經132度附近仍保有一低壓中心。太平洋高壓的預測，在700mb較實際為強，位置與範圍均與實際情況相符。在此邊界條件，低層西、北、東邊界高度場仍有升高現象，故在700mb面上，在北緯48度東經103及106度附近分別產生兩個低壓中心。

(b) 固定邊界值的預測結果(見圖七(a)至(d)):

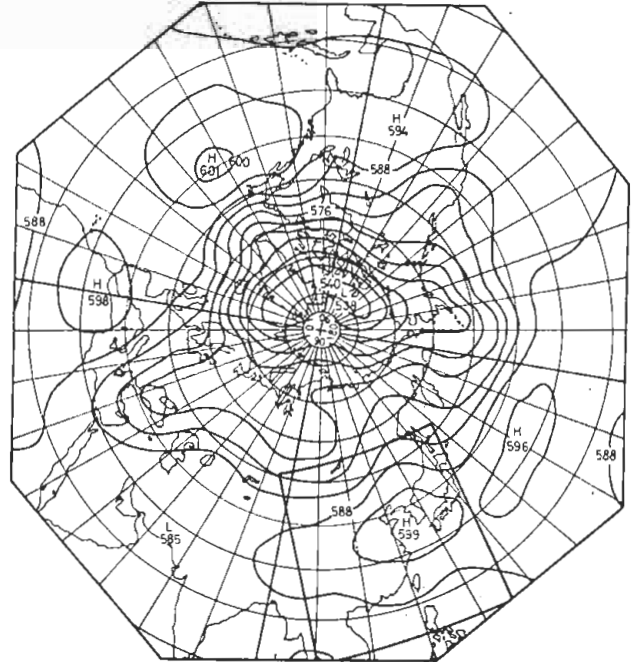
颱風的預測在700mb面上向西北移速較實際慢5個經度左右，500mb颱風環流已消失。太平洋高壓的型態與(a)顯著不同，在700mb它外圍3,130的等高線向西伸展至東經118度，而在500mb它的脊伸展程度不夠，比實際少了8個經度，在300mb預測的高壓竟然分裂為二。至於太平洋高壓脊以北的槽脊線三種情況均無法預測其向東的移動。可能是太接近北邊界所致。

上述結果可歸納如表(-)

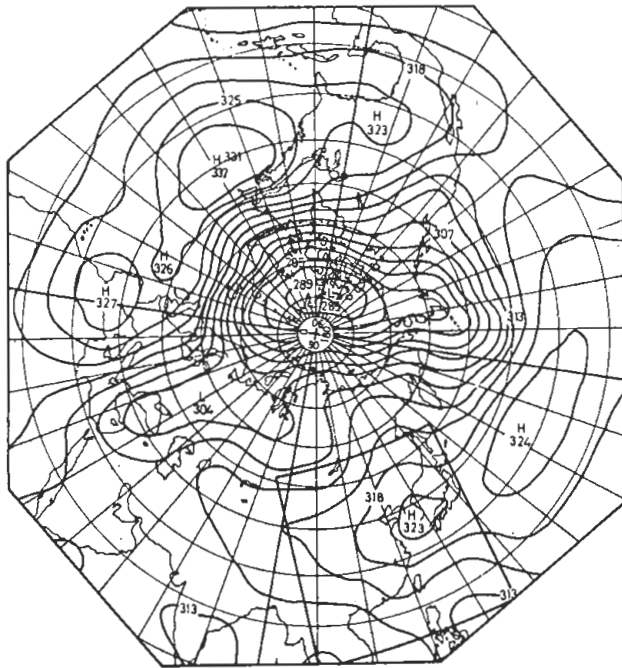
圖五 1976年8月8日0000Z北半球高度場(a1),(b1),(c1),(d1)為準地轉模式計算24小時的結果，(a2),(b2),(c2),(d2)為實際天氣型態(a1),(a2)300mb，等值線以120公尺為間隔，(b1),(b2)500mb，等值線以60公尺為間隔，(c1),(c2)700mb，等值線以30公尺為間隔，(d1),(d2)900mb，等值線以30公尺為間隔，因網格點距離為762公里，颱風環流不顯。



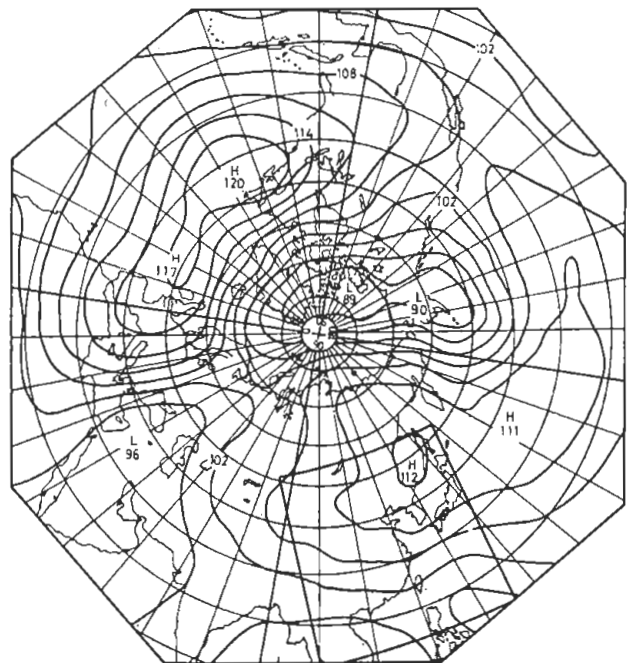
圖五(a1)



圖五(b1)

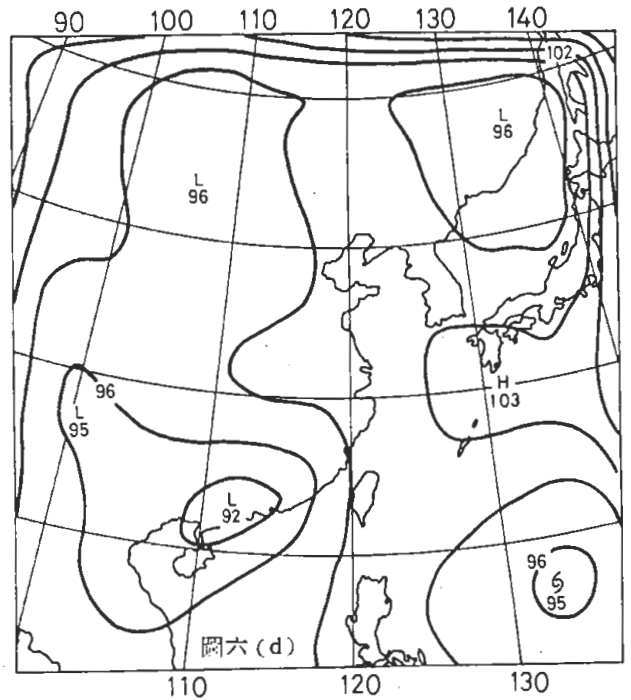
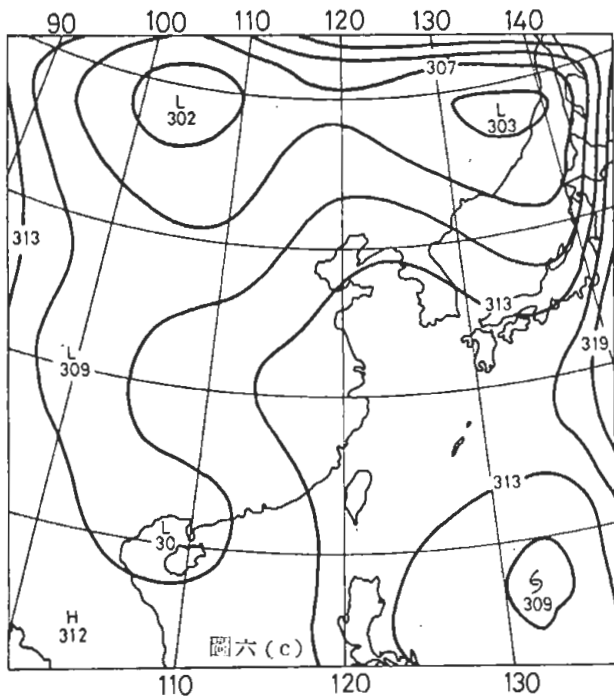
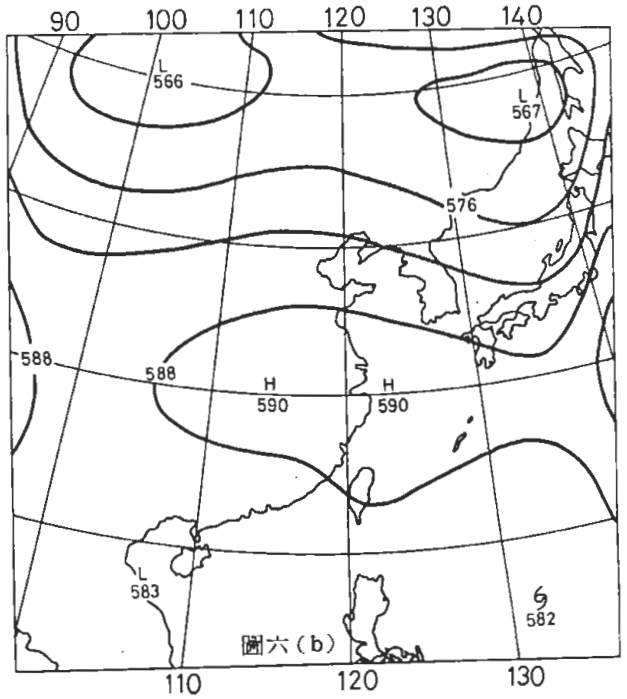
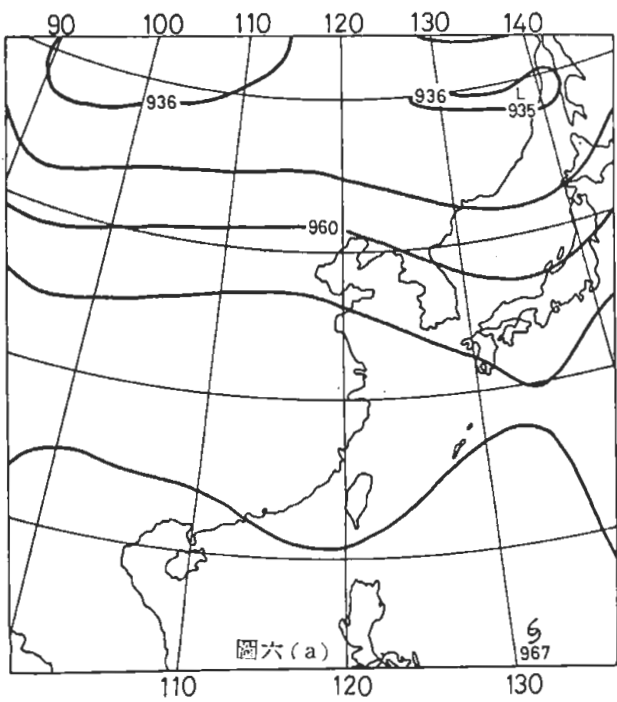


圖五(c1)

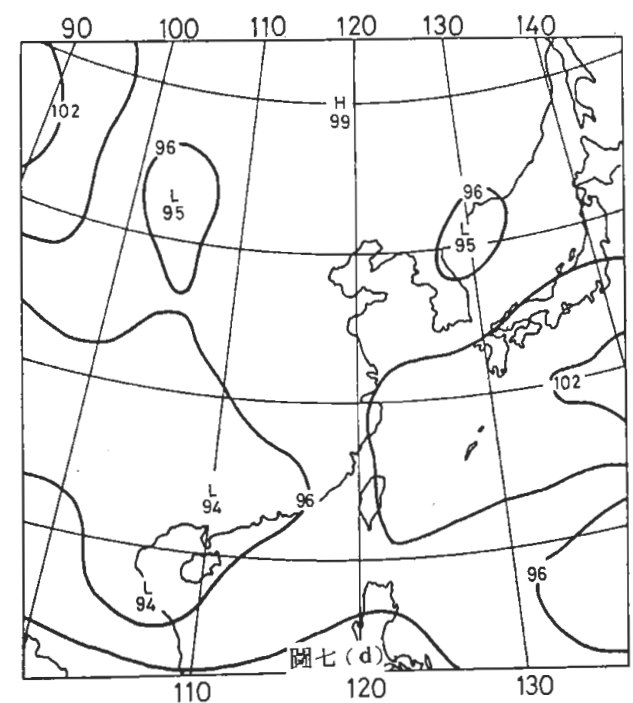
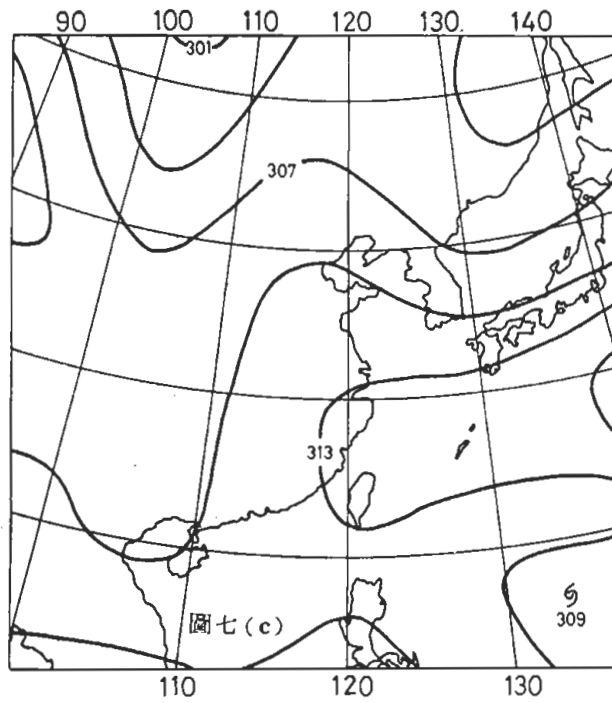
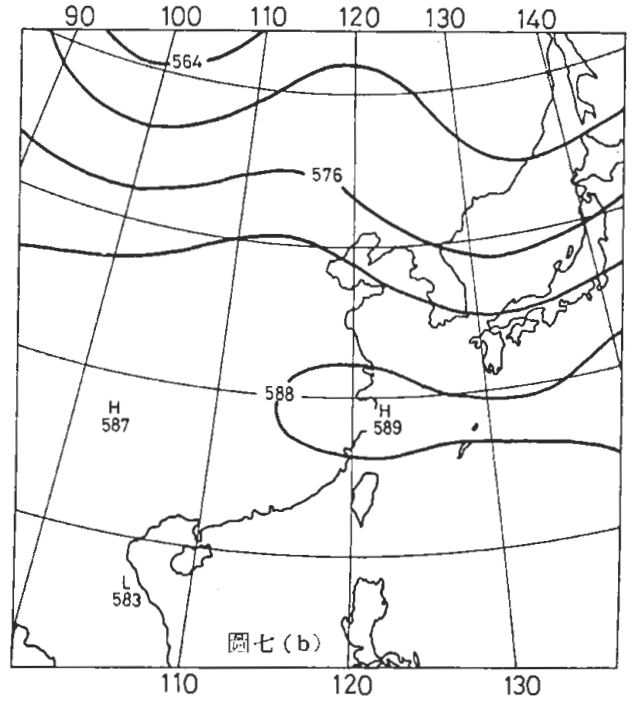
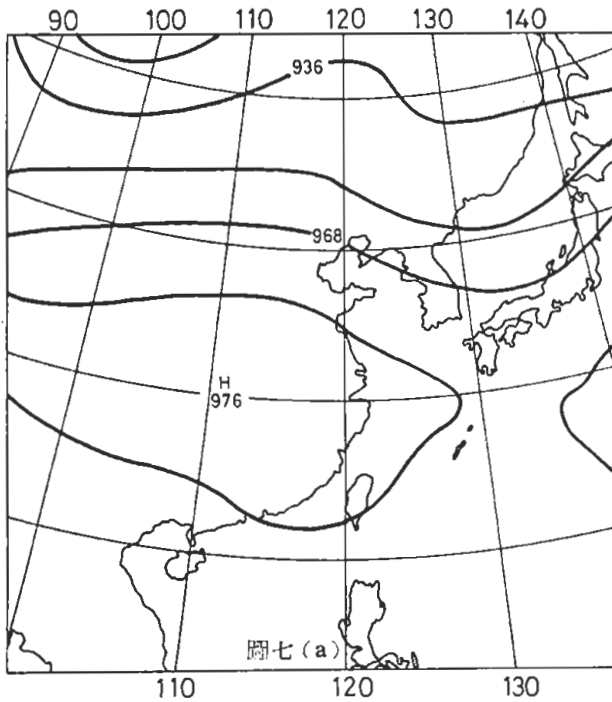


圖五(d1)

圖六 有限區域原始方程式模式，每小時更新邊界值，計算 24 小時的高度場，(a) 為 300mb 等值線以 120 公尺為間隔，(b) 為 500mb 等值線以 60 公尺為間隔，(c) 為 700mb 等值線以 30 公尺為間隔，(d) 為 900mb 等值線以 30 公尺為間隔。



圖七 有限區域原始方程式模式邊界條件固定，計算 24 小時的高度場 (a) 300mb，等值線以 120 公尺為間隔 (b) 500mb，等值線以 60 公尺為間隔，(c) 700mb 等值線以 30 公尺為間隔，(d) 900mb 等值線以 30 公尺為間隔。



表一 原始方程式模式在每小時更新邊界值及固定邊界值兩種邊界條件下，24 小時計算結果之比較

天氣系統	每 小 時 更 新 邊 界 值	固 定 邊 界 值
颶 風	可以預測其向西北移動。在 500mb 其速度約慢 0.5 個經度左右，700 mb 則較實際速度慢 3 個經度	700mb 較實際速度慢 5 個經度，無法預測 700mb 的增強。500mb 上已無颶風環流。
太平洋高 壓	在 700mb 可預測其東退，500mb 亦可預測其西進，但速度略慢，無法預測 300mb 高壓中心的增強。	在 700mb 可預測其東退，而 500 mb 脊線伸展程度不夠，較實際少了 8 個經度，300mb 高壓分裂為二。
日本附近的 槽 線	位置沒有變化與實際情況相符。	位置西退。
太平洋高壓以 北其他槽脊線	不能預測其向東移動。	不能預測其向東移動。

七 結 論 與 建 議

由上述 1976 年 8 月 7 日個例，模式的預測結果與實際情形比較，我們可以獲得如下結論：

- (1)就颶風而言，由於半球準地轉模式斜格點間的距離達 762 公里，而颶風又恰位於邊界附近，加上模式內未考慮積雲對流上升凝結所釋放的潛熱，所以無法很精確的處理颶風，而預測的結果颶風被堵塞，與實際情況相反而預報的位移亦不準確。至於有限區域原始方程式的預報結果則較佳，此除了因為網格點間距離較小（240 公里），差別率較佳外，物理過程的考慮較為嚴密亦屬主因之一。有限區域原始方程式模式在兩種不同的邊界條件下，對颶風的預測結果以每小時更新邊界值的結果最好，但在 700mb，24 小時的預測速度仍然比實際速度落後三個經度之多，所幸數值預報的主要對象是大氣中的大幅度天氣現象，對於此種中幅度的天氣現象，數值模式的預測仍有待加強。
- (2)就太平洋高壓而言，半球準地轉模式預測的高壓範圍不合理的擴大，中心也大幅度的升高。此種效應累積至 24 小時，已是非常嚴重，這是這個例子內，半球準地轉模式最嚴重的缺點，應該也是今後改進的重點所在。而有限區域原始方程式模式的預測卻沒有這個問題。在兩種邊界條件中，更新邊界值的預測結果與實際情況相符，固定邊界值的預測結果則較差；在 700mb 面上過份西伸，在 500mb 面上則缺乏大幅度的伸展，至於 300mb 面上的分裂，更與實際情況不符。
- (3)有限區域原始方程式模式的兩種邊界條件中，從各種情況比較，更新邊界值的預報結果顯然較好，但在低層邊界附近高度場有增高的現象，有待改進。此外兩種邊界條件均無法預測北端邊界附近，除日本附近的槽線外槽脊線的向東運動，此種缺點似可因半球準地轉模式之改進而改進。
- (4)半球準地轉模式可預報白令海的低壓移動，但預報速度太快，堵塞亦太快，對於貝加爾湖西北的低壓與北緯 30 度附近的槽線，半球準地轉模式的預報無明顯的移動，與實際情況吻合。

總結來說，組合模式確能有效的改進有限區域原始方程式模式的預報能力，但其能力之加強，與半球之模式之預報能力息息相關。因此如何改進半球模式，當是此後的重要目標之一。此外，有限區域原始方程式模式邊界值的更新，除本文所採用之方法外，尚有多種方法可以應用；不同的方法應該會有不同的效果，從各種預報實驗中挑選出最有效的方法亦應為此後研究的重要論題。

參考文獻

- Arakawa, A., Design of the UCLA General Circulation Model, Dept. Met., UCLA, 1971.
- Cressman, G. P., Improved Terrain Effects in Barotropic Forecasts, MWR, Sep-Dec., 327, 1960.
- Danard, M. B., A Quasi-Geostrophic Numerical Model Incorporating Effects of Release of Latent Heat, J. Appl. Met., 5, 85, 1966.
- Gambo, K., The Role of Sensible and Latent Heats in the Baroclinic Atmosphere, J. Met. Soc. Japan, 41, 233, 1963.
- Haltiner, G. J., and F. L. Martin, Dynamic and Physical Meteorology, McGraw-Hill Annual Report of the Institute of Physics, Academia Sinica, Vol. 8, 1978 Book Co., 1957.
- Hawkins, H. F., Development of A Seven-level, Balanced, Diagnostic Model and Its Application to Three Disparate Tropical Disturbances. NOAA Tech. Memo. ERL NHRL-98, 207 PP., 1972.
- Kuo, H. L., On the Formation and Intensification of Tropical Cyclones Through Latent Heat Release by Cumulus Convection., J. Atm. Sci., 22, 40, 1965.
- Miller, B. I., Experiment in Forecasting Hurricane Development with Real Data, ERLTA-NHRL 35, ESSA, 1969.
- Miller, B. I. et al., Numerical Prediction of Tropical Weather Systems, MWR, 100, 825, 1972.
- Shuman, F. G., and J. B. Hovermale, An Operational 6-layer Primitive Equation Model, J. Appl. Met., 7, 525, 1968.
- Staff Members of Electronic Computation Center, 72-hr Baroclinic Forecast by the Diabatic Quasi-Geostrophic Model, J. Met. Soc. Japan, 43, 246, 1965.
- 大氣物理組同仁, 大氣及颱風運動模型 I. 邊界條件, 中研院物理所集刊 2, 177, 1972。
- , 大氣及颱風運動模型 II. 運算範圍與網格大小, 中研院物理所集刊 3, 191, 1973。
- , 大氣及颱風運動模型 III. 熱及摩擦阻力, 中研院物理所集刊 3, 211, 1973。

On The Study of The Numerical Weather Prediction Utilizing Coupling Model

Wen-Jey Liang Chyi-Jang Shiau

Institute of Physics, Academia Sinica

Chung-Ying Hu Shi-Yang Chen Yueh-Jiuan Hsu

Central Weather Bureau

Abstract

In this study, the applicability of the numerical weather prediction utilizing coupling model is investigated. The numerical forecasting utilizing hemispherical quasi-geostrophical model is performed on coarse grid system and the results are assigned as the boundary values of primitive equation model in the limited fine mesh prediction. The results indicate that this coupling model significantly improves the forecasting for the patterns and the movements of synoptical weather systems. However, the time interval for assigning the boundary values of primitive equation model should be shortened to increase the dispersion effects near the boundary of limited forecast area.