

利用二維雨滴譜儀研究雨滴譜特性

林位總 陳台琦

國立中央大學大氣物理研究所

(中華民國九十五年九月十八日收稿；中華民國九十六年三月二十六日定稿)

摘 要

雨滴粒徑分佈可以決定雲中含水量(W)、回波強度(Z)、降雨率(R)等積分降雨參數，因此分析雨滴粒徑分佈(Drop Size Distribution, DSD)的特性十分重要。本篇文章以 2001 及 2002 兩年二維雨滴譜儀資料，進行 Gamma 分布計算，進一步也對梅雨季(5、6 月)及颱風季(7~9 月)分析雨滴譜特性，結果顯示利用不同的季節，所分析之雨滴譜參數的分布有不同的特徵。另外也進行了正規分布(Normalized Gamma DSD)的分析，有較佳的物理意義描述雨滴個數的多寡及變化。並以降雨率及回波不同等級之分類，研究雨滴譜之特性及 Z-R 關係式之變異性。研究中也發現，在相同的回波強度(Z)下，其最大降雨個案以及最小降雨個案在雨滴譜的特性上，有明顯的差異性存在，本文進一步針對同一降水事件分析其 DSD 分布特性的演變。

關鍵詞：雨滴粒徑分佈、雨滴譜儀、降雨率

一、前言

近年來，有許多學者致力於雨滴譜的研究，在 Ulbrich et al.(1984)的研究指出在相同的降雨率下，對流性降雨會有較多的小雨滴，層狀降雨會有較多的大雨滴；當降雨是由許多終端落速較低的小雨滴組成時，此時的液態水含量會比在相同降雨率下，擁有較大雨滴落速的大雨滴的降雨來的高，而回波強度卻會較低。

Tokay and Short (1996)指出，由於雨滴粒徑分布在不同的降水型態，會有偏向大雨滴或小雨滴不同情形的發生，因此相同的回波強度會對應到不同的降雨率，Tokay and Short(1996)指出對流性降雨以及層狀降雨在雨滴譜的特性上有所差異，由雨滴譜儀資料所得到的 Z - R 關係式 $Z=AR^b$ ，在熱帶西太平洋對流性降雨有較低的 intercept(A)值和較高的 exponent(b)值，其中 $\log A$ 與 b 為 $\log Z$ - $\log R$ 對數圖之截距與斜率，而層狀降雨則相反；另外在 Huggel et al.(1996)也提到對流性降雨的雨滴個數會較層狀降雨多。

而在張(2002)利用納莉(Nari)颱風期間 12 小時的資料做分析，發現當降雨率增大時，雨滴粒徑分布會向大雨滴延伸，小雨滴的部分也會增加，而降雨率減小時則有相反的情形；而且利用五分山雷達觀測之回波強度 Z_{radar} 與雨滴譜儀計算之回波強度 Z_d 比較，發現五分山雷達觀測之回波強度 Z_{radar} 似乎會系統性的低估約 3.0 dBZ。

偏極化雷達的觀測對於雨滴大小、形狀及生成能有清楚的描述，而且可以提供雨滴粒徑分布和降雨率的資訊。Zhang(2001)假設雨滴粒徑分布為 Gamma 分布 $N(D) = N_0 D^\mu \exp(-\Lambda D)$ ，而其三個控制參數可由偏極化雷達觀測所得之 Z_{HH} (reflectivity)、 Z_{DR} (differential reflectivity)及由雨

滴譜儀觀測推導之 μ - Λ 關係式反演，發現所求得之 N_0 、 Λ 、 μ 有許多特徵：較大（較小）的 μ 對應較窄（寬廣）的雨滴粒徑分布；較大（較小）的 Λ 對應到較小（較大）的中值體積直徑(Median Volume Diameter)和較窄（較寬廣）的雨滴粒徑分布，而其中值體積直徑的估計比指數型態分布中值體積直徑的估計會較佳。

因此本論文將以前人的研究為基礎，針對 2001 及 2002 年的雨滴譜儀資料，進行平均特性以及變異性的分析討論。

二、分析方法

(一) Gamma 粒徑分佈

Ulbrich and Atlas (1983)提出的 Gamma 雨滴粒徑分布型態可用公式(1)表示，

$$N(D) = N_0 D^\mu \exp(-\Lambda D) \quad (1)$$

此式中 $N(D)$ 代表單位體積、單位粒徑(介於 D 與 $D+dD$)中粒子個數， N_0 為與粒子濃度相關的參數， μ 通常稱為 shape factor，此參數可以控制小粒徑粒子的個數變化， Λ 稱為 size factor，則控制大粒徑粒子個數的變化。經由 Kozu and Nakamura(1991)的方法，可將觀測的雨滴粒徑分布 $N(D)_d$ 擬合到 Gamma 分布，可以求得 Gamma 分布參數 μ （無因次）、 Λ （ mm^{-1} ）、 N_0 （ $mm^{-1}m^{-3}$ ），其表示式分別為(4)、(5)、(6)式，再將雨滴譜儀資料帶入(2)式~(6)式，則可計算 Gamma 分布參數 μ 、 Λ 及 N_0 。

$$M_x = \int_0^\infty D^x N(D) dD \quad (2)$$

$$G = \frac{M_4^3}{M_3^2 M_6} \quad (3)$$

$$m = \frac{11G - 8 + [G(G + 8)]^{1/2}}{2(1 - G)} \quad (4)$$

$$\Lambda = \frac{(\mu + 4) M_3}{M_3} \quad (5)$$

$$N_0 = \frac{A^{m+4} M_3}{\Gamma(\mu + 4)} \quad (6)$$

爲了方便以後的討論，另外定義一個參數：中值體積直徑 D_0 (Median Volume Diameter)，其代表最小的雨滴到中值體積直徑的所有雨滴，其所含有的液態水含量，會相等最小到最大所有雨滴所含的液態水含量的一半，其數學式可以表示成(7)式，

$$\int_{D_{\min}}^{D_0} D^3 N(D) dD = \frac{1}{2} \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} D^3 N(D) dD \quad (7)$$

其意義代表當降雨量相同時， D_0 較大代表雨滴粒徑分布相對於小 D_0 有較多的大雨滴， D_0 較小表示雨滴粒徑分布相對於大 D_0 有較多的小雨滴。

接著我們可以利用 Gamma 分布來計算各種降雨積分參數，如回波強度(Z)、液態水含量(W)或降雨率(R)等，如將(1)式帶入(8)式，取 $P=3$ 可計算液態水含量 W_g ，取 $P=6$ 則可計算回波強度 Z_g (Gamma 分布之回波強度)，如取 $P=3.67$ 則可計算降雨率 R_g (Gamma 分布之降雨率)

$$P = a_p \int_0^\infty D^p N(D)_d dD \quad (8)$$

，在(1)式的假設下，經過積分可得到如(9)、(10)式內含 Gamma 函數($\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$)非常簡潔的結果，也就是說如果雨滴譜擬合爲 Gamma 分佈三參數，則可直接取得回波強度 W_g ， Z_g 及降雨率 R_g ，並且可以直接得到一個 Z-R 公式($Z = AR^b$)的係數 A、b，分別爲(12)、(13)式。

此部分方程式可參考 Bringi and Chandrasekar (2001)。

$$W_g = 10^{-3} \frac{\pi \rho_w N_0 \Gamma(\mu + 4)}{6 (3.67 + \mu)^{\mu+4}} D_0^{\mu+4} \quad (9)$$

$$Z_g = 10^6 \frac{\Gamma(6 + \mu + 1)}{(3.67 + \mu)^{6+\mu+1}} N_0 D_0^{6+\mu+1} \quad (10)$$

$$R_g = 33.31 \frac{\Gamma(3.67 + \mu + 1)}{(3.67 + \mu)^{3.67+\mu+1}} N_0 D_0^{3.67+\mu+1} \quad (11)$$

$$A = \frac{10^6 \Gamma(6 + \mu + 1) N_0^{1-b}}{[33.31 \Gamma(3.67 + \mu + 1)]^b} \quad (12)$$

$$b = \frac{6 + \mu + 1}{3.67 + \mu + 1} \quad (13)$$

(二) 正規化 Gamma 分布(Normalized Gamma DSD)

在之前介紹的 Gamma DSD 分析方法中，由於 Gamma 參數 N_0 的單位與另一參數 μ 有關，其單位爲 $mm^{-1-\mu} m^{-3}$ ，因此需要在 μ 相同的條件下， N_0 才有辦法討論，因此使用 N_0 來描述雨滴粒徑分布較不具有物理意義。因此透過 Bringi and Chandrasekar (2001) 提出的方法，將(1)式將粒徑 D 除以中值體積粒徑，變成無因次粒徑(D/D_0)，並從 Gamma 分布帶入 D_0 的定義(7)式求積分，可推導到 μ (無因次)、 Λ (mm^{-1})、 $D_0(mm)$ 之間的約束關係(14)式，帶入(1)式後，可進一步化簡爲(15)式，

$$\Lambda D_0 = 3.67 + \mu \quad (14)$$

$$N(D) = N_0 D^\mu \exp \left[- (3.67 + \mu) \frac{D}{D_0} \right] \quad (15)$$

而 normalized $N(D)$ 則可以表示成一個由 N_w 、 $f(\mu)$ 組成的 $N(D)$ ，如(16)式，Willis (1984)。

$$N(D) = N_w f(\mu) \left(\frac{D}{D_0} \right)^\mu \exp \left[- (3.67 + \mu) \frac{D}{D_0} \right] \quad (16)$$

其中正規化參數 N_w ($mm^{-1}m^{-3}$) 可寫為(17)式，

$$N_w = \frac{(3.67)^4}{\pi \rho_w} \left(\frac{10^3 W}{D_0^4} \right) \quad (17)$$

從 (14) 式到 (21) 式可參考 Bringi and Chandrasekar (2001)。

N_w 的作用與 Gamma 參數 N_0 類似，同為控制雨滴個數的參數，但 N_w 的單位較 N_0 簡單，不會受參數 μ 的影響，因此較具物理意義，此參數代表粒子濃度，與液態水含量成正比，也就是說粒子濃度越高，液態水含量越大，但與中值粒徑成反比，中值粒徑越小個數越多，濃度越高。

$f(\mu)$ 為無因次 shape factor μ 參數的函數

$$f(\mu) = \frac{6}{(3.67)^4} \frac{(3.67 + \mu)^{\mu+4}}{\Gamma(\mu+4)} \quad (18)$$

再以正規化 Gamma 分布代入降雨率 R 及回強度 Z ，最後可以得到另一種形式的 Z - R 公式，如(20)或(21)式，

$$\frac{Z}{N_w} = a \left(\frac{R}{N_w} \right)^b \quad (20)$$

$$Z = a (N_w)^{1-b} R^b \quad (21)$$

公式中的 a 值為參數 μ 的函數，但隨 μ 值變化不大，約 4.25，而係數 b 也為一常數，約為 $7/4.67 \approx 1.5$ ，因此(21)式中的 aN_w^{1-b} ，可以說是參數 N_w 的變化。而從(17)式中，可以看出參數 N_w 主要受到液態水含量 W 及中值體積直徑 D_0 的影響，因此，在相同的液態水含量下， D_0 值越小，則參數

N_w 值會越大，接著將 N_w 帶入(21)式中，由於 a 與 b 值均為常數，而 $1-b$ 為負值，因此在相同的回波強度下， N_w 值越大，所估算之降雨率也會越大。用這樣形式表出來的 Z - R 公式已包含 DSD 的變異，物理意義也較清楚。

三、結果分析

接著針對 2001 及 2002 年，中央大學二維雨滴譜儀兩年的資料進行分析。

(一) 年不分季 Gamma 參數分析

圖 1 為降雨率 R 與回波強度 Z 的分布圖，圖中每一個點為每六分鐘所得的雨滴譜資料求出之 Z 與 R 的值所繪之分佈圖，本文中所有雨滴譜資料均為六分鐘一筆的結果。圖一顯示在相同的回波強度 Z 下，可以對應到很多不同的降雨率 R ，而在相同的降雨率 R 下，亦可對應到很多不同的回波強度 Z ，而在強回波時，所對應到的降雨率分布範圍很寬，差距可以很大，在弱回波時，所對應到的降雨率分布範圍較強回波時小，差距較小，因此 Z - R 公式是相當具有多變性的，也因為如此，使用單一的 Z - R 公式估計降雨，會產生一定的誤差，而回波強度越大，誤差也越大。圖 2 為降雨率 R 與 Gamma 參數 μ 、 Λ 的分布圖，圖

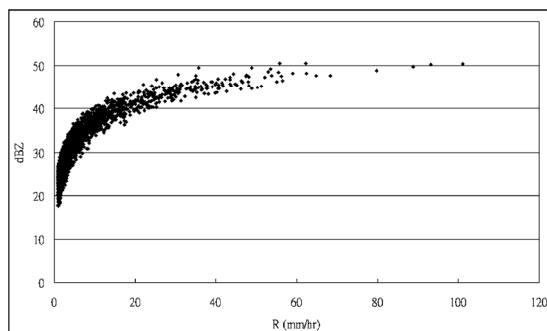


圖 1 兩年不分季之 R - Z 分布圖。

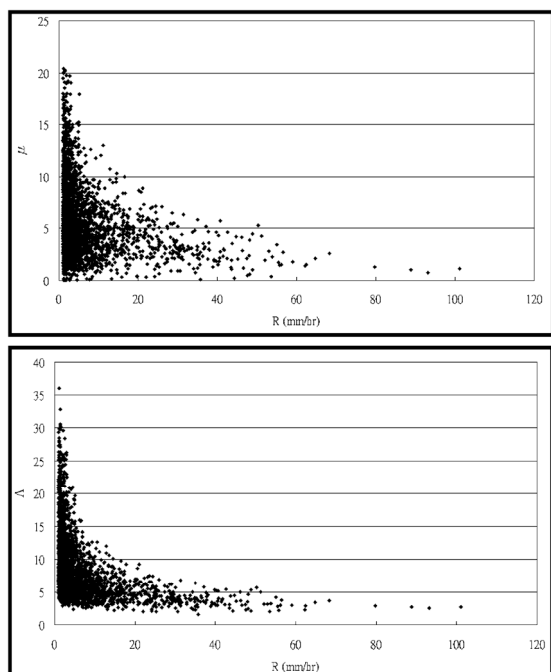


圖 2 兩年不分季節的 $R-\mu$ (上圖) 及 $R-\Lambda$ (下圖) 散布圖。

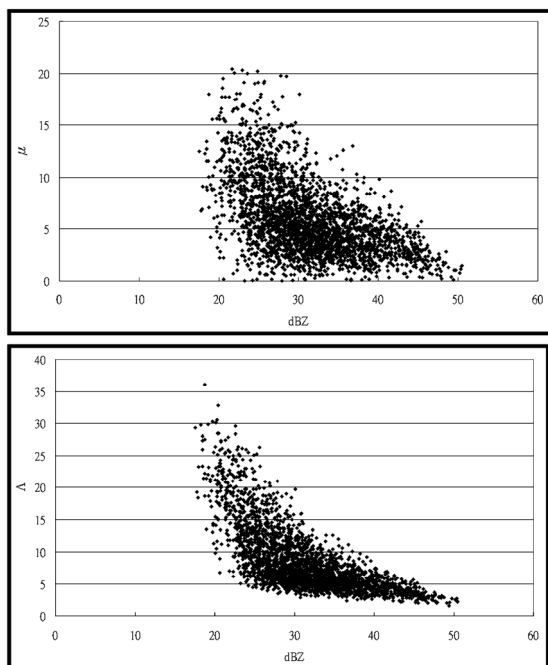


圖 3 兩年不分季節的 $Z-\mu$ (上圖) 及 $Z-\Lambda$ (下圖) 散布圖。

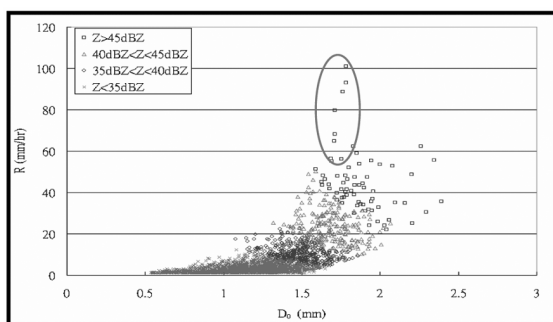


圖 4 兩年不分季節的 D_0-R 散布圖：正方形 $-Z>45\text{dBZ}$ 、三角形 $-40< Z<45\text{dBZ}$ 、圓形 $-35<Z<40\text{dBZ}$ 、叉叉 $-Z<35\text{dBZ}$ 。

中在降雨率小於 5 mm hr^{-1} 時， μ 跟 Λ 的分布範圍很廣，隨著降雨率變大， μ 跟 Λ 的值會逐漸變小，而較有一致性。圖 3 為回波強度 Z 與 Gamma 參數 μ 、 Λ 的分布圖，相對於 R 對 μ 跟 Λ 的描述，回波強度的描述情況不佳，一致性較差，因此在雨滴譜參數分布的描述上，使用降雨率會較回波強度佳。

圖 4 為兩年不分季節的 D_0-R 散布圖，縱軸為降雨率 $R \text{ (mm hr}^{-1}\text{)}$ ，橫軸為中值體積直徑 $D_0 \text{ (mm)}$ ，圖中可以看出 D_0 隨著回波強度增大，有隨之增大的情形，但在降雨率較大時 ($R>60 \text{ mm hr}^{-1}$ ，紅色圓圈)， D_0 值反而會變小而且十分集中，約為 1.7mm 此現象十分有趣，但形成的原因須更深入的探討。

(二) 梅雨季與颱風季 Gamma 參數之比較

為了探討在不同降雨機制下的雨滴粒徑分布特徵，本研究將上述兩年的雨滴譜儀資料，分為梅雨季（5、6 月）與颱風季（7、8、9 月）做分析，圖 5 為梅雨季（上圖）及颱風季（下圖）的 $R-\mu$ 散布圖，縱軸為 μ ，橫軸為降雨率 $R \text{ (mm hr}^{-1}\text{)}$ ，圖 6 為梅雨季（上圖）及颱風季（下圖）

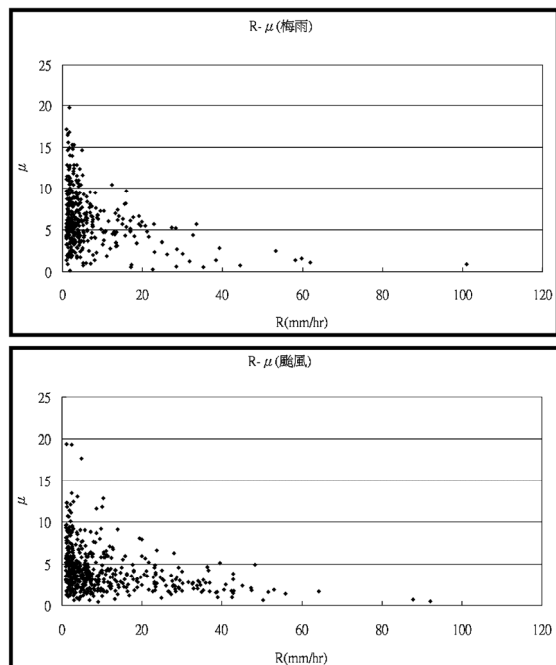


圖5 為梅雨季(上圖)及颱風季(下圖)的 $R-\mu$ 散布圖

的 $R-\Lambda$ 散布圖,縱軸為 $\Lambda (mm^{-1})$,橫軸為 $R (mm \text{ hr}^{-1})$,從圖中可以發現,梅雨季及颱風季與兩年不分季的 $R-\mu$ 及 $R-\Lambda$ 分布情況相似,在降雨率小於 5 mm hr^{-1} 時,其 μ 跟 Λ 的分布相當廣,梅雨季 Λ 的極值較颱風季大,大約 30 mm^{-1} ,颱風季 Λ 極值大約 25 mm^{-1} ,而 μ 跟 Λ 均隨著降雨率增大有減小的趨勢,逐漸趨於一致。

從梅雨季與颱風季的參數分布圖中,發現梅雨季與颱風季參數分布的型態整體上相當類似,但是在較大的降雨率時,其 Γ 參數會存在些許的差異。而在圖7中,可以看到無論在颱風季或是梅雨季在降雨率大於 60 mm hr^{-1} 時, Λ 值有一個突然減小的情況,但颱風季的資料筆數會較梅雨季多,這個情形可以在表一及表二顯現出來,每個降雨率區間中,均有一組平均後的 $Z-R$

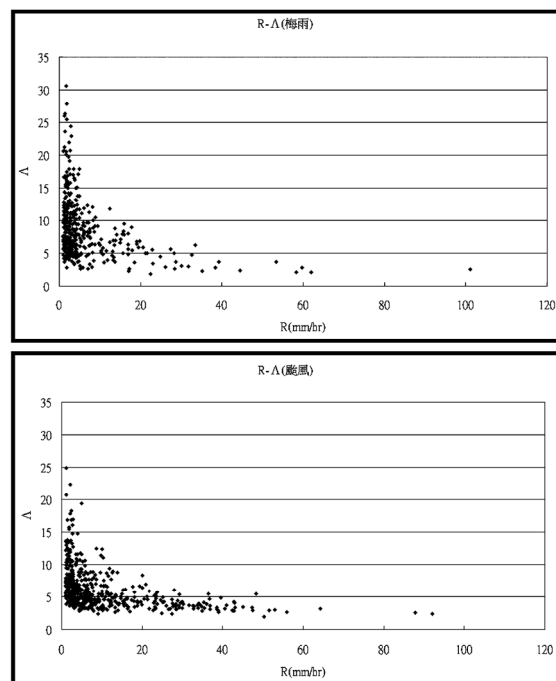


圖6 為梅雨季(上圖)及颱風季(下圖)的 $R-\Lambda$ 散布圖。

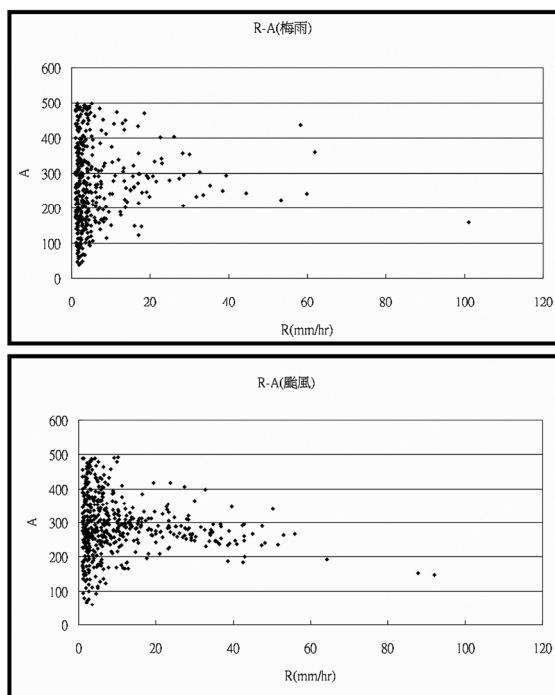


圖7 梅雨季(上圖)及颱風季(下圖)的 $R-A$ 散布圖。

表一 梅雨季依降雨率分級之 Z-R 關係式。

R (mm hr ⁻¹)	A	b	N(筆)
0~10	266.6	1.2259	323
10~30	297.3	1.2596	53
30~60	280.2	1.3519	11
60 以上	259.1	1.4101	2

表二 颱風季依降雨率分級之 Z-R 關係式。

R (mm hr ⁻¹)	A	b	N(筆)
0~10	294.8	1.2669	347
10~30	287.1	1.2940	127
30~60	262.9	1.3386	39
60 以上	164.5	1.4178	3

關係式，從表中可以看出在強降雨及強回波時，颱風季的 A 值均有明顯減小的情形，梅雨季則較不明顯，此原因可能與當時的雨滴粒徑分布有關，將在稍後討論，而 b 值均隨著降雨率及回波強度的增強而變大。但由於大於 60 mm hr⁻¹ 的樣本數非常少，統計的意義較薄弱，誤差較大，所以應該在未來蒐集更多大雨資料進行同樣的分析，可以有比較確認的結果。

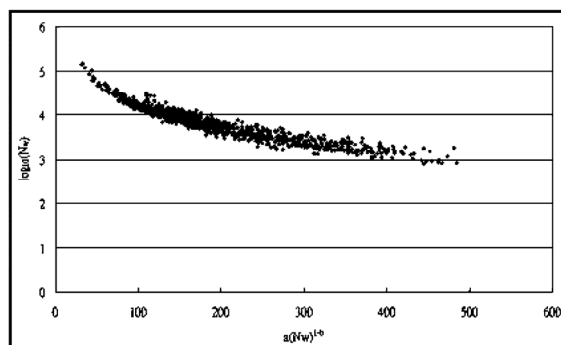
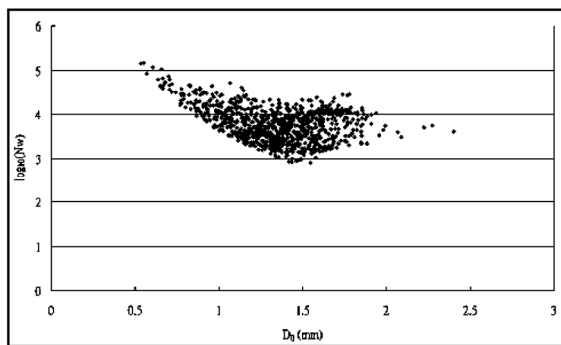
(三) Normalized Gamma DSD 的參數特性

在前面的介紹中，曾經提及 Gamma 參數 N_0 的單位與 Gamma 參數 μ 有關，為 $mm^{-1-\mu}m^{-3}$ ，因此想要討論 N_0 的特徵，必須在 μ 相同的條件下，才有辦法討論，因此在使用上比較不方便，也較不具物理意義。在 2.4 節中所介紹的 Normalized Gamma DSD 分析方法中，所得到的參數 N_w ，單位為 $mm^{-1}m^{-3}$ ，因此在討論上不須考慮到 μ 的影響，其性質與 N_0 相似，均為控制雨滴個數多寡的參數。

圖 8 為 N_w 取 log 後與係數 aN_w^{1-b} 的分布圖，圖中 N_w 的值越大， aN_w^{1-b} 就越小，再配合(21)式可以得知，在相同的回波強度下， N_w 越大，係數 aN_w^{1-b} 就越小，所求得的降雨率 R 也會越大。

圖 9 為中值體積直徑 D_0 與 $\log_{10}(N_w)$ 的散布圖，圖中顯示 D_0 與 $\log_{10}(N_w)$ 的分布很廣，無法找出一對一的 D_0 與 $\log_{10}(N_w)$ 關係，由於在雨滴粒徑分布中，通常為小雨滴的雨滴個數會較大雨滴多，而 N_w 為控制雨滴個數的參數，因此可以看到圖中小雨滴的部分的 $\log_{10}(N_w)$ 值會較大雨滴大。

圖 10 為回波強度 Z 與降雨率 R 經過標準化(normalize)後的分布圖，圖中縱軸與橫軸分別為回波強度 Z 與降雨率 R 除以參數 N_w ，相較於圖

圖 8 係數 $a(N_w)^{1-b}$ 與 $\log_{10}(N_w)$ 的散布圖。圖 9 中值體積直徑 D_0 與 $\log_{10}(N_w)$ 的散布圖。

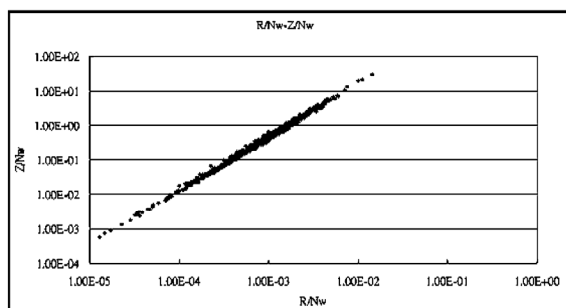


圖 10 經過 normalize 後的降雨率 R 及回波強度 Z 之分布圖。

1 的 Z - R 分布，經過 normalize 後的 Z - R 分布較為一致，而其公式也較為簡化，只與參數 N_w 有關。

(四) 雨滴粒徑分布特性

颱風季在強降水($R > 60 \text{ mm hr}^{-1}$)時，其 Z - R 公式中的係數 A 會有突然變小的情形，而在梅雨季僅有一次這樣的現象，大約在降雨率為 100 mm hr^{-1} 時也有同樣的情形，而造成此種情況的原因是各降雨事件發生時，當時的雨滴粒徑分布上的差異所造成的。因此，為了了解在強降雨及強回波時的雨滴粒徑分布特徵，首先針對 49dBZ 以上的降雨，分析其雨滴粒徑分布的特性，圖 11 為回波強度 49dBZ 以上降雨事件之雨滴粒徑分布，縱

軸為 $\log_{10}(N(D))$ ，橫軸為雨滴直徑 D (mm)，圖中顯示雨滴粒徑分布有兩種型態的分布，一種為曲線斜率較大，曲線分布較往內（小雨滴）縮，圖中 A 類（冷色系），另一種情況相反，為曲線斜率較小，曲線分布較往外（大雨滴）延伸，圖中 B 類（暖色系）。

而表三為 6 筆資料之雨滴譜參數，表中 N_w 、 D_0 及 A 值可以有明顯的差異性。從表中可以看出在相同的回波強度下，其降雨率 R 的分布很廣，雖然 A 類與 B 類的回波強度 Z 相差不遠，但是明顯的看出 A 類的降雨率 R ，會比 B 類來的大。而 A 類與 B 類在係數 A 、中值體積直徑 D_0 及參數 N_w 上也有明顯的差異：A 類的係數 A 值較 B 類小，大約 300 為其臨界值，因此，如果使用單一的 Z - R 公式估計降雨，如： $Z = 300R^{1.4}$ ，在強降雨時可能會低估，而在弱降雨時可能會高估；，而 A 類的 D_0 值也較 B 類小，表示 A 類的降雨率雖然較大，但其雨滴型態受到較小雨滴的貢獻較大，B 類的降雨率雖較小，但其雨滴型態受到較大雨滴的貢獻較大；至於 N_w ，A 類 N_w 值會比 B 類大上一個數量級，由於 N_w 為控制雨滴

表三 回波強度 49dBZ 以上的降雨事件之雨滴譜參數表。

	事 件	dBZ	R	μ	Λ	A	b	D_0	N_w
A	梅雨(2001.05.09) 1542UTC	50.4	101.1	0.9	2.57	158.8	1.42	1.778	2.84E+04
	納莉(2001.09.17) 0224UTC	49.7	88.8	0.691	2.51	152.7	1.43	1.738	2.74E+04
	納莉(2001.09.17) 0230UTC	50.2	93.2	0.48	2.35	147.9	1.45	1.765	2.66E+04
B	梅雨(2001.05.09) 1536UTC	50.8	55.8	1.39	2.11	435.2	1.38	2.401	4.03E+03
	梅雨(2002.05.31) 0510UTC	50.7	62.2	1.13	2.11	359.3	1.40	2.274	5.52E+03
	納莉(2001.09.17) 1510UTC	49.8	48.8	0.61	1.92	340.2	1.44	2.223	4.97E+03

個數的參數，因此，A 類的雨滴個數較 B 類多，故可以推論在相同的回波強度下，其降雨率的變化主要是受到雨滴個數多寡的影響，而雨滴形狀的大小影響較小。因此，在相同的回波強度下，曲線斜率大而較往內縮的雨滴粒徑分布，其降雨率會較曲線斜率小而較往外延伸的雨滴粒徑分布大。

接著繼續往下針對 25~49dBZ，每 2dBZ 為一區間，分別取每個區間的最大降雨以及最小降雨的雨滴粒徑分布，同樣也跟圖 11 情況相似，因此，透過上述的分析，可以知道在相同的回波強度 Z 下，在其降雨極值（降雨率最大 A 類及降雨率最小 B 類）的雨滴粒徑分布，有明顯的差異性。

圖 12 為回波強度 25dBZ 以上 A 類之雨滴粒徑分布，不同顏色代表不同的回波區間，而圖中的個案為降雨率由大至小的順序排列，在之前曾經提到， N_w 值會隨著降雨率增加而變大，而 N_w 為控制雨滴個數的參數，因此在圖 12 中也顯示隨著降雨率的增加，其雨滴個數也有增加的情形；另外 D_0 也會隨著降雨率及回波強度的增加而變大，而圖 12 中也顯示隨著降雨率的增加，其雨滴粒徑分布也越往外（大雨滴）延伸，亦即其 D_0 值會隨著降雨率增加而變大。圖 13 為回波強度 25dBZ 以上 B 類之雨滴粒徑分布，不同顏色代表不同的回波區間，在圖 13 中亦可看到與圖 12 相同之情形，雨滴個數會隨著降雨率增加而變大，雨滴粒徑分布亦會隨著降雨率增加而越往大雨滴延伸，此外，在之前提到，由於在相同回波強度下，B 類相較於 A 類，其降雨率會較小，降雨率主要受雨滴個數多寡影響，因此整體上，B 類的雨滴個數會較 A 類少。

由於在相同回波強度下，最強降雨及最弱降

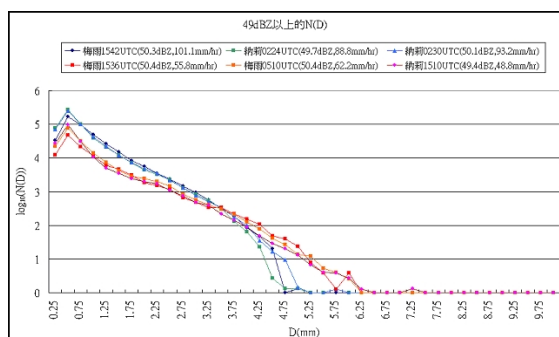


圖 11 為回波強度 49dBZ 以上降雨事件的雨滴粒徑分布，A 類(冷色系)，B 類(暖色系)。

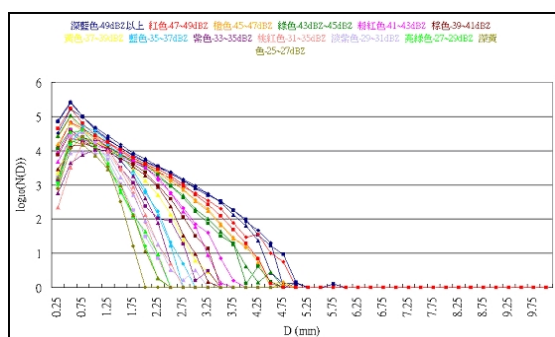


圖 12 回波強度 25dBZ 以上 A 類的雨滴粒徑分布（顏色區間代表不同的回波區間）。

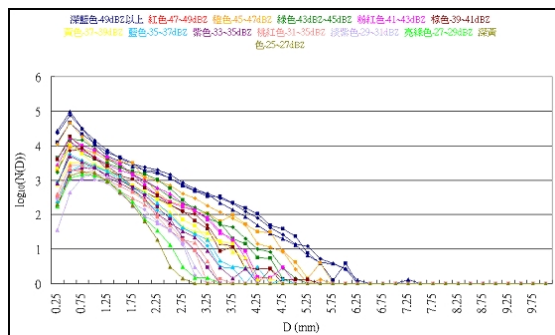


圖 13 回波強度 25dBZ 以上 B 類的雨滴粒徑分布（顏色區間代表不同的回波區間）。

雨其雨滴譜參數，例如係數 A、中值體積直徑 D_0 及參數 N_w 等，均有很大的差異性，因此針對此情況探討其參數分布情況，圖 14 為 25dBZ 以上

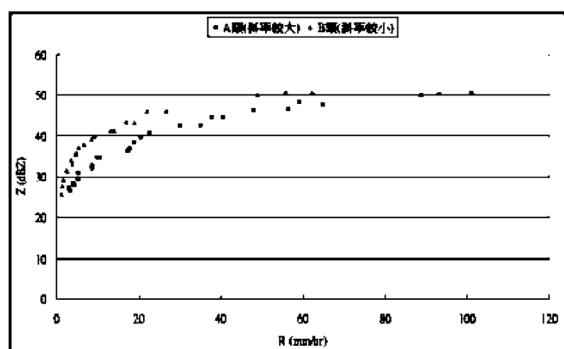


圖 14 回波強度 25dBZ 以上 A 類與 B 類的 R-Z 散布圖。

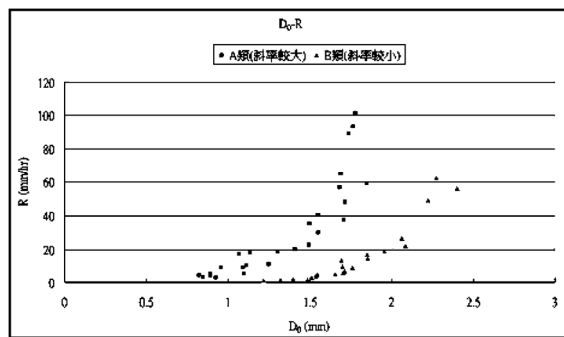


圖 15 回波強度 25dBZ 以上 A 類與 B 類的 D_0 -R 散布圖。

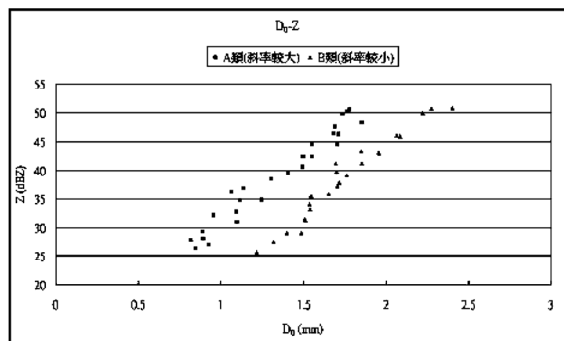


圖 16 回波強度 25dBZ 以上 A 類與 B 類的 D_0 -Z 散布圖。

A 類與 B 類的 R-Z 散布圖，橫軸為降雨率 R (mm hr^{-1})，縱軸為回波強度 Z (dBZ)，圖 15 為 25dBZ 以上 A 類與 B 類的 D_0 -R 散布圖，橫軸為體積直徑 D_0 (mm)，縱軸為降雨率 R (mm hr^{-1})，圖中正

方形為 A 類，三角形為 B 類，可以看到兩種型態的散布情況有明顯的差異，圖 14 中顯示，在相同的降雨率下，A 類的回波強度較 B 類小，而圖 15 中顯示，在相同的降雨率下，A 類的 D_0 會比 B 類小，再由(9)式得知，回波強度與中值體積直徑 D_0 的 $(7+\mu)$ 次方成正比，而且在上一節有提到，A 類在較小雨滴的雨滴個數較 B 類多，B 類在較大雨滴的個數會較 A 類多，所以可以造成圖 14 的結果，因此大雨滴對於回波強度的貢獻較大，大雨滴越多，其回波強度也越大。

圖 16 為 25dBZ 以上 A 類與 B 類的 D_0 -Z 散布圖，橫軸為體積直徑 D_0 (mm)，縱軸為回波強度 Z (dBZ)，圖中正方形為 A 類，三角形為 B 類，圖中顯示在相同的回波強度下，A 類的 D_0 亦會比 B 類小，而在(10)式中，降雨率與中值體積直徑 D_0 的 $(4.67+\mu)$ 次方成正比，但由圖 14 的結果顯示，在相同的回波強度下，A 類的降雨率較 B 類大，因此，相對於回波強度 Z ，降雨率 R 受到較大雨滴的貢獻程度較小，而主要由較小雨滴所控制，個數越多，降雨率也就越大。至於在其他參數方面，都有同樣的情形產生，因此，在相同的回波下，其最大降雨個案及最小降雨個案，其雨滴譜參數有明顯的不同。

值得注意的是最大降雨率的個案都屬於 D_0 、Z-R 關係式之係數 A 均較小的 A 類（雨滴粒徑分布曲線較往內（小雨滴）縮），而較小降雨率的個案都屬於 D_0 、Z-R 關係式之係數 A 均較大的 B 類（雨滴粒徑分布曲線較往外（大雨滴）延伸），若能進一步探討兩者之間的雲物理機制或回波分布的特徵，相信有助於雨滴粒徑分布型態的判定。

另外在 Atlas et al.(1984)的研究指出在相同

的降雨率下，對流性降雨會有較多的小雨滴，層狀降雨會有較多的大雨滴，而本研究是針對相同的回波強度之個案進行探討，其中屬於 A 類的最大降雨個案會有較多的小雨滴，屬於 B 類的最小降雨個案會有較多的大雨滴。在 Huggel et al.(1996)也提到對流性降雨的雨滴個數會較層狀降雨多；而 Tokay and Short(1996) 及 Maki et

al.(2001)也指出對流性降雨的 Z-R 關係式之係數 A 較小，層狀降雨之係數 A 較大；而本研究中，在相同的回波強度下，屬於 A 類的最大降雨率個案其 N_w 值，均比屬於 B 類的最小降雨率個案大上一個數量級左右，表示最大降雨的雨滴個數會較最小降雨多，在相同的回波強度下，A 類的 Z-R 關係式係數 A 較小，B 類的係數 A 較大，舉例來

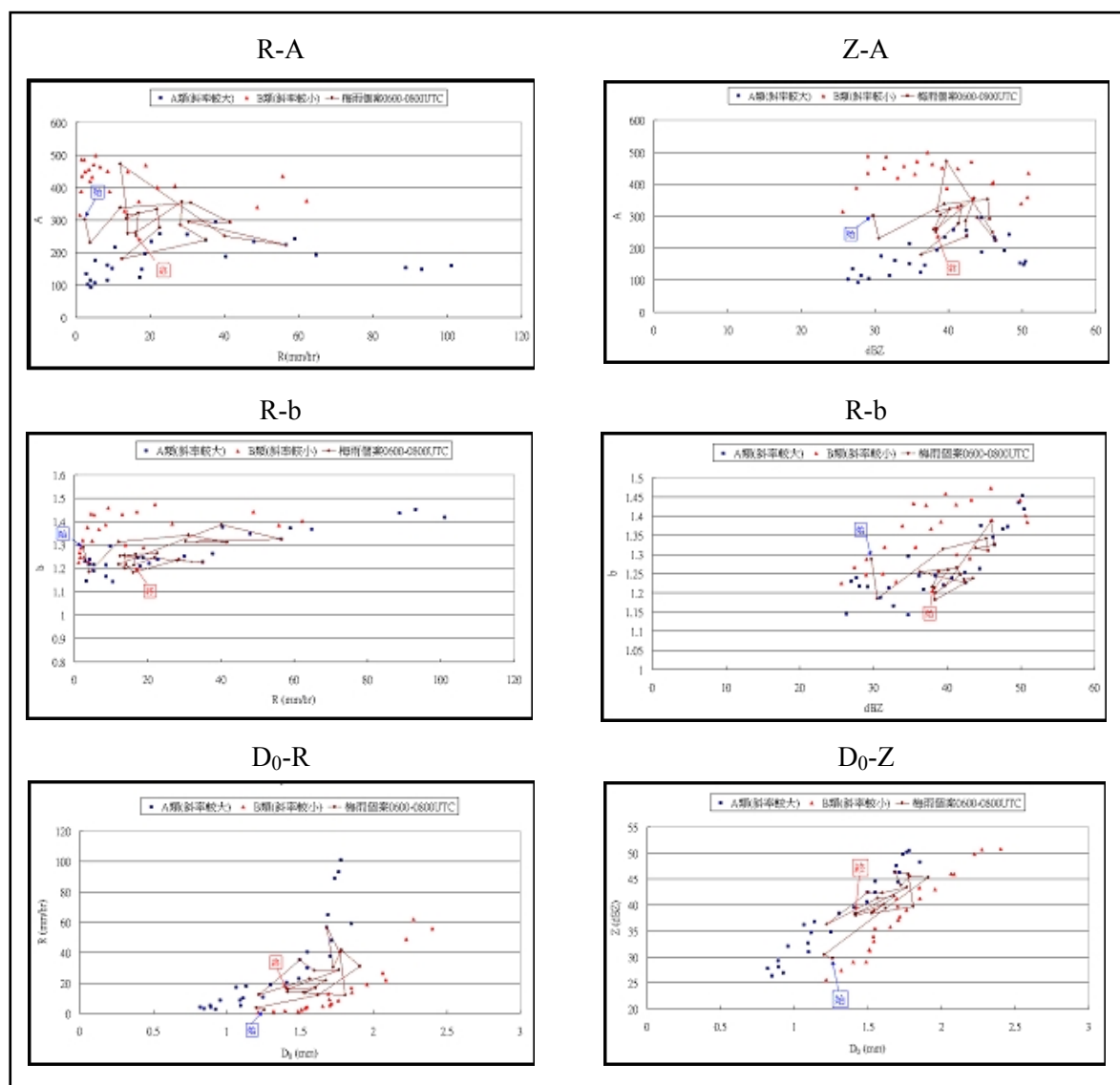


圖 17 2002 年 5 月 31 日梅雨個案 0600-0800UTC 之雨滴譜參數分布(正方形-A 類、三角形-B 類、線條—梅雨個案)。

說在 50dBZ 時 A 類的 N_w 值大於 2.5×10^4 , B 類值小於 5.5×10^3 , 而 A 類係數 A 值小於 160, B 類係數 A 大於 340, 因此, 在本研究中的最大降雨率個案的情形較接近前人研究的對流性降雨, 但實際的降雨型態與雲物理過程, 有待更進一步的探討。由於 35dBZ 以上傳統都定義為對流性降水, 本文提出即使在較強回波對流性降水情況下, 亦可分出 A 類跟 B 類雲物理結構粒徑分布很大的差異。

由於之前所討論的雨滴譜參數分布, 為在相同的回波強度下, 最大降雨及最小降雨的情況, 因此, 在參數分布特性上均可以有明顯的兩個集團, 但是考慮在一連續的降水事件中, 雨滴譜特性的演變, 因此針對梅雨個案 2002 年 5 月 31 日 0600-0800 UTC, 及納莉颱風個案 2001 年 9 月 17 日 0100-0300 UTC 連續時間的雨滴譜參數變化做分析。

圖 17 為 2002 年 5 月 31 日梅雨個案 0600-0800 UTC 連續降雨之雨滴譜參數分布情況, 正方形為 A 類, 三角形為 B 類, 線條為梅雨個案 0600-0800 UTC, 圖中顯示個案連續時間的參數分布, 從起始時間 0600 UTC 到終了時間 0800 UTC, 會在 A 類及 B 類間無規則性的遊走, 在降雨率大時, 其分布可能會較靠近 A 類, 降雨率小時, 分布情況會較靠近 B 類, 其他的就介於 A 類與 B 類之間。而納莉颱風個案也有相同的情形。

因此藉由偏極化雷達觀測雨滴譜參數是將來需要進行的工作, 由偏極化雷達觀測所得的差異反射因子 (Z_{DR}) 及水平方向的回波 (Z_{HH}), 求得雨滴譜參數 μ 、 Λ 、 D_0 及 N_w , 以決定當時的雨滴粒徑分布型態, 進一步選用適當的 Z-R 公式估計降雨。

四、Z-R 公式估計降水之驗證

此部分所使用的雷達資料, 為氣象局五分山雷達站的 WSR-88D 都卜勒雷達資料, 由於五分山雷達站位於海拔約 760 公尺高的地方, 加上其掃描策略的最低仰角約 0.5 度, 而中央大學的雨滴譜儀位於五分山雷達站的 259 度方位角, 距離約 60.5 公里, 因此最低的波束在中央大學的上方約 1.75 公里, 表示五分山雷達站所提供中央大學的回波強度 Z_{Radar} 資料最低約 1.75 公里高。為了考慮回波強度 Z_{Radar} 水平平移所造成的誤差, 利用張(2002)研究中的處理方法, 將中央大學上方的回波強度作 9 點平均, 如圖 18, 左右及上下個取 1 公里, 共 9 個點直接平均取其回波強度。而張(2002)的研究當中指出, 在納莉颱風的個案中, 雷達觀測之回波強度 Z_{Radar} , 相對於雨滴粒徑分布計算的回波強度 Z_d , 會有低估的情形產生。

接著針對 2001 及 2002 年的梅雨季與颱風季, 將其 Z-R 公式透過回波分級的方式來做平均, 其結果分別如表四及表五, 共分為五個區間, 分別為 10~20dBZ、20~30dBZ、30~40dBZ、40~50dBZ 及 50dBZ 以上, 而在各回波強度區間, 均有一組平均後的 Z-R 公式, 利用五分山雷達站的回波強度 Z_{Radar} 資料來估計降雨率, 在不同回波區間的範圍內, 使用不同的 Z-R 公式估計降

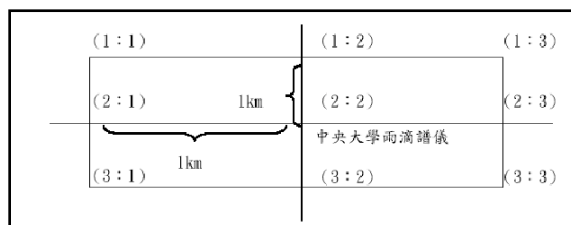


圖 18 平均中央大學上方, 由中央氣象局五分山雷達站觀測之回波強度的 9 個點。(摘自張(2002))

表四 梅雨季依回波強度分級之 Z-R 關係式。

R (mm hr ⁻¹)	A	b	N(筆)
0~10	266.6	1.2259	323
10~30	297.3	1.2596	53
30~60	280.2	1.3519	11
60 以上	259.1	1.4101	2

表五 颱風季依回波強度分級之 Z-R 關係式。

R (mm hr ⁻¹)	A	b	N(筆)
0~10	294.8	1.2669	347
10~30	287.1	1.2940	127
30~60	262.9	1.3386	39
60 以上	164.5	1.4178	3

雨，比較在直接利用雷達觀測回波與將回波修正 3.0dBZ 後，其估計的降雨率與地面觀測站的降雨率的差異。

爲了證明修正後的回波帶入回波分級後的 Z-R 公式計算的降雨量有較好的結果，因此在空間上取一個範圍，由 25.02°N 到 25.17°N 和由 121.4°E 到 121.7°E，將範圍內的測站降雨量、不修正回波以回波分級後的 Z-R 公式及 $Z = 300R^{1.4}$ 、修正回波以回波分級後的 Z-R 公式所計算的降雨量，比較共四種結果，如表六，可以看到修正回波以

回波強度分級後之 Z-R 公式所計算的結果明顯比其他兩個好很多。

除了使用回波強度分級 Z-R 公式，另外也針對降雨率做 Z-R 公式的分級，共分四個區間，分別爲 0~10 mm hr⁻¹、10~30 mm hr⁻¹、30~60 mm hr⁻¹、60 mm hr⁻¹ 以上，分別如表一及表二，在每一個降雨區間範圍，均有一個平均的 Z-R 公式，而這個部分使用地面測站所觀測到的降雨率，來決定使用哪個降雨區間的 Z-R 公式，由於地面測站分散在各地，因此針對相同範圍由 25.02°N 到 25.17°N 和由 121.4°E 到 121.7°E 分成四等份，如圖 19，再分別將各區的地面測站所觀測之降雨率取其平均值，進而選取降雨率分級後的 Z-R 公式估計降雨，同樣的將範圍內的測站降雨量、不修

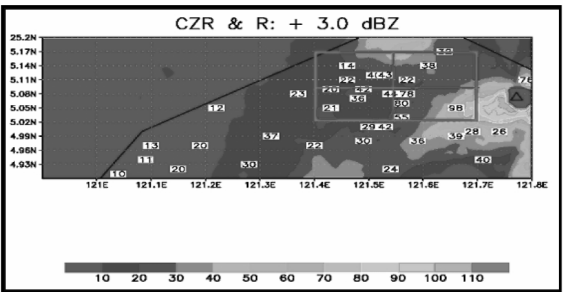


圖 19 降雨率分級後之 Z-R 公式使用區域的劃分。

表六 2001 年 9 月 16 日，14：00 到 18：00 (UTC)每一小時共四個小時的地面測站平均降雨量，及雷達估計之降雨量(使用回波強度分級後之 Z-R 公式)。

時 間 (2001.09.16)	測 站	回波分級之 Z-R 關係式 (不修正回波)	回波分級之 Z-R 關係式 (修正回波)	$Z=300 R^{1.4}$ (不修正回波)
1400~1500	33.50 mm	13.30 mm	22.55 mm	11.12 mm
1500~1600	42.91 mm	15.62 mm	26.42 mm	12.92 mm
1600~1700	56.59 mm	27.69 mm	46.61 mm	21.01 mm
1700~1800	18.06 mm	10.63 mm	18.03 mm	8.81 mm

正回波以回波分級後的 Z-R 公式及 $Z = 300R^{1.4}$ 、修正回波以回波分級後的 Z-R 公式所計算的降雨量，比較共四種結果，如表七，修正回波以回波強度分級後之 Z-R 公式所計算的結果也明顯比其他兩個好很多，而相較於回波強度分級的結果，降雨率分級法在 1600 到 1700 UTC 降雨最大時，有更佳的估算結果。

最後考慮到 Z-R 公式的多變性，在不同時間會有不同的 Z-R 公式，因此，透過雨滴譜儀資料的運算，得到每個時間的 Z-R 公式，再將各個時間的雷達回波資料帶入當時的 Z-R 公式，以求得降雨量，也針對相同範圍內由 25.02°N 到 25.17°N 和由 121.4°E 到 121.7°E 取其測站降雨量、不修正回波以回波分級後的 Z-R 公式及 $Z = 300R^{1.4}$ 、修正回波以回波分級後的 Z-R 公式

所計算的降雨量，比較共四種結果，如表八，同樣的，修正回波以回波強度分級後之 Z-R 公式所計算的結果也明顯比其他兩個好很多，而使用 real-time 的 Z-R 公式估計降雨，在 1600 到 1700 UTC 降雨最大時，相對於回波強度分級與降雨率分級之 Z-R 公式估計降雨，有更佳的結果。因此，在未來偏極化雷達架設完成後，可由偏極化雷達觀測大範圍空間分布的雨滴譜參數，進而可求得空間分布的 Z-R 公式，以求得較精確的降雨估計。

另外在張(2002)年的研究提到在納莉颱風的個案中，五分山雷達所觀測到的雷達回波強度，會較雨滴譜儀計算得到之回波強度低估約 3.3 dBZ，因此，同樣利用五分山雷達針對納莉颱風 2001 年 9 月 16 日 1400UTC 到 1800UTC 的觀測資料做分析，其結果如圖 20，可以發現五分山雷

表七 2001 年 9 月 16 日，14：00 到 18：00 (UTC)每一小時共四個小時的地面測站平均降雨量，及雷達估計之降雨量（使用降雨率分級後之 Z-R 公式）。

時間 (2001.09.16)	測 站	降雨率分級之 Z-R 關係式 (不修正回波)	降雨率分級之 Z-R 關係式 (修正回波)	$Z=300 R^{1.4}$ (不修正回波)
1400~1500	33.50 mm	12.88 mm	22.22 mm	11.12 mm
1500~1600	42.91 mm	16.40 mm	28.28 mm	12.92 mm
1600~1700	56.59 mm	29.33 mm	50.59 mm	21.01 mm
1700~1800	18.06 mm	9.94 mm	17.15 mm	8.81 mm

表八 2001 年 9 月 16 日，14：00 到 18：00 (UTC)每一小時共四個小時的地面測站平均降雨量，及雷達估計之降雨量（使用 real-time 之 Z-R 公式）。

時 間 (2001.09.16)	測 站	Real-Time 之 Z-R 關係式 (不修正回波)	Real-Time 之 Z-R 關係式 (修正回波)	$Z=300 R^{1.4}$ (不修正回波)
1400~1500	33.50 mm	12.82 mm	21.83 mm	11.12 mm
1500~1600	42.91 mm	18.16 mm	31.52 mm	12.92 mm
1600~1700	56.59 mm	31.15 mm	53.04 mm	21.01 mm
1700~1800	18.06 mm	12.20 mm	20.97 mm	8.81 mm

達所觀測到之回波強度相較於雨滴譜儀計算得到之回波強度，有高估也有低估，同樣的將降雨率小於 10 mm hr^{-1} 的資料去除，平均的結果與張(2002)的結果相似，五分山雷達所觀測到的回波強度，會較雨滴譜儀計算得到之回波強度低估約 3.3 dBZ 。另外，亦針對梅雨個案 2002 年 5 月 31 日 0600UTC 到 0800UTC，及 2002 年 6 月 11 日 1200UC 到 1400UTC 做相同的分析，如圖 21，同樣的在降雨率小於 10 mm hr^{-1} 時，五分山雷達觀測之回波強度與雨滴譜儀計算得到之回波強度差異性較大，因此，降雨率小於 10 mm hr^{-1} 的資料也去除，結果發現在梅雨個案中，五分山雷達所

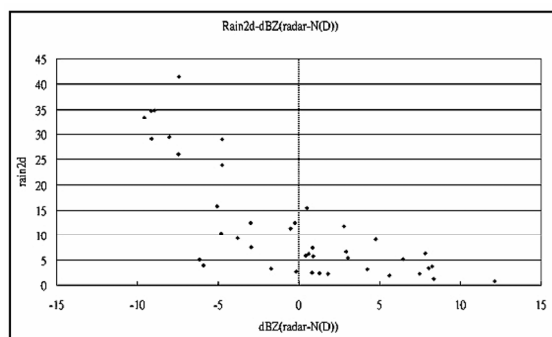


圖 20 五分山雷達站觀測之回波強度及雨滴粒徑分布計算之回波強度之差值，及其對應之雨滴譜儀觀測之降雨率（納莉颱風 2001 年 9 月 16 日 1400 到 1800UTC）。

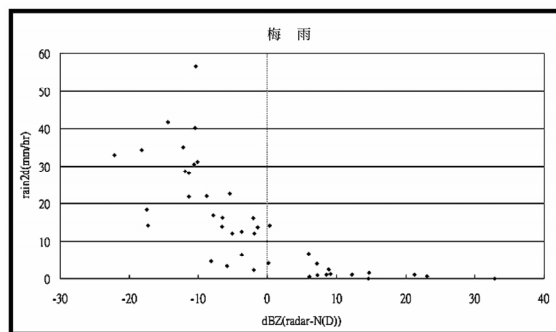


圖 21 五分山雷達站觀測之回波強度及雨滴粒徑分布計算之回波強度之差值，及其對應之雨滴譜儀觀測之降雨率（梅雨個案）。

觀測到的回波強度會較雨滴譜儀計算得到之回波強度平均低估約 2.3 dBZ ，低估的情況較納莉颱風個案小。

以上降雨量的驗證均為面積累積雨量，當降雨從雷達觀測的高度下降到地面時，因風速飄移造成降水位置差異，但是降水面積相比於總驗算面積差異非常小，對於面積雨量的驗證，影響很低。因此平均的偏差主要是來自於雷達觀測高度之回波值與雨滴譜所測量的回波值在垂直方向的差異，此差異有二種來源，第一降水粒子從 1.75 公里到達地面時，會經過數種雲物理過程的影響，第二五分山雷達站觀測中大雨滴譜儀上空時，有可能因地形部分擋造成回波能量偏低，但本研究並無法將此二種作用分開，只能從統計上看出高空的回波比地面估算的回波有系統的性的偏低現象。

因此針對中央大學雷達與中大雨滴譜儀在 2003 年 6 月 13 日的梅雨個案資料做分析，為了解回波強度在垂直方向的變化，選取當天 0.25 及 0.5 公里高度的雷達回波資料，並做了風速的修正，結果如圖 22，圖中菱形為雨滴譜儀計算得到

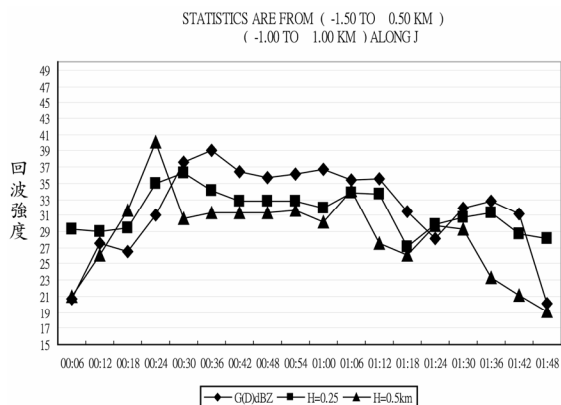


圖 22 2003 年 6 月 18 日，00:06 ~ 01:48(GMT time)。中大雷達回波值與中大站二維雨滴譜儀回波值之比較。

之回波強度，方形與三角形分別為中大雷達 0.25 及 0.5 公里高度之回波強度，結果顯示在 00:36~01:06 這段期間，0.5 公里高度的回波值小於 0.25 公里的回波值，而 0.25 公里高度的回波值又小於地面雨滴譜儀計算之回波值。而 0.5 公里與 0.25 公里的差值約 2dBZ，0.25 公里與地面差值達 3dBZ，由於這兩站水平距離 500 公尺，差值的結果偏大，有可能因為測站附近地形回波濾除的參數過強所造成。

整體上看來，由於五分山雷達站距離中央大學雨滴譜儀的位置有 60.5 公里之遠，而所提供之雷達回波資料高度最少也在中央大學上方 1.75 公里處，因此，由於距離太遠或高山阻擋的因素，使得雷達所觀測之回波強度會有低估的情形產生，而且從表五、表六及表七的驗證結果發現，在以不修正回波但以修正後的 Z-R 關係式，及以修正回波也以修正後的 Z-R 關係式所求得的累積雨量，均比以不修正回波以 $Z = 300R^{1.4}$ 所求得之累積雨量準確，其中又以修正回波也以修正後的 Z-R 關係式所求得的累積雨量最為準確，因此，使用回波強度透過 Z-R 關係式估計降水，雷達回波的修正是相當重要的。

五、結 論

在不同季節（梅雨季及颱風季）的雨滴譜特性確有明顯差異，因此應該透過不同季節區分雨滴粒徑分布的型態 採用適當公式。結果顯示颱風季節 40dBZ 以上應調整 Z-R 公式降低 A 值，建議是以表 5 每 10dBZ 更換 Z-R 公式 A、b 係數值。比較梅雨季、颱風季較強回波時，颱風降水系統有較多個數的雨滴，而梅雨季相對來說雨滴數略少，而擁有較大的最大雨滴，形成的原因仍需進一步探討，但研究中仍有一個單一的梅雨個案有

和颱風十分類似的特性，因此應該繼續蒐集資料進行更多的統計。

而 Normalize Gamma DSD 的參數 N_w ，比 Gamma 參數 N_0 較具物理意義，可直接反應粒子總數，在討論上較為方便。並可以透過 N_w 、 D_0 及 μ 直接調整 Z-R 公式，本文提出在相同回波強度情況下，分析不同降雨強度 N_w 、 D_0 兩參數，強降雨與弱降雨的雨滴粒徑分布型態有很大的差異性。在相同的降雨率下，A 類的 D_0 會比 B 類小，至於 N_w ，A 類 N_w 值會比 B 類大上一個數量級，由於 N_w 為控制雨滴個數的參數，因此，A 類的雨滴個數較 B 類多，故可以推論在相同的回波強度下，其降雨率的變化主要是受到雨滴個數多寡的影響，而雨滴形狀的大小影響較小。

但在連續時間的降雨，其雨滴粒徑一直在變動，不會維持在某一種型態，因此由季節分類統計公式仍有誤差，需要透過偏極化雷達觀測雨滴譜參數，來決定雨滴粒徑分布隨時間的空間分布型態，以點對點偏極化參數的公式估計降雨。但在尚無偏極化雷達觀測地區本文仍提出利用雨滴譜配合傳統雷達改善降雨估計的方法。如採取即時之 Z-R 關係式並利用雨滴譜修正回波來估計降雨率，誤差可由單一公式 70%改進為 25%。

傳統雷達僅能觀測到 Z，雨滴譜儀可以觀測 D_0 ，但又只是單點的觀測，如採用偏極化雷達，則雷達參數本身可以反演雨滴譜，也不需要分類的方​​式來校驗 Z-R 公式。本文的目的是為了要突顯降水系統中，因雨滴粒徑分布的不同，造成 Z-R 公式的變異，及提供雲物理研究作為參考。

致 謝

感謝中央氣象局提供雷達與地面測站資料，以及國科會專題研究計畫 NSC92-2625-Z-008-015 的支援下完成。

參考文獻：

- 張偉裕, 2002：利用雨滴譜儀分析雨滴粒徑分布（納莉颱風個案），國立中央大學碩士論文，95 頁。
- Bringi, V.N. and V. Chandrasekar, 2001：Polarimetric Doppler weather radar. Principles and application. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 636 p
- Huggel, A., W. Schmid, and A. Waldvogel, 1996：Raindrop size distributions and the radar bright band. *J. Appl. Meteor.*, 35, 1688-1701
- Kozu, T., and K. Nakamura, 1991：Rainfall parameter estimation from dual-radar measurements combining reflectivity profile and path-integrated attenuation. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 8, 59-271
- Maki, M., T. D. Keenan, Y. Sasaki, and K. Nakamura, 2001：Characteristics of the Raindrop Size Distribution in Tropical Continental Squall Lines Observed in Darwin, Australia. *J. Appl. Meteor.*, 40, 1393-1412
- Tokay, A., and D. A. Short, 1996：Evidence from Topical Raindrop Spectra of the Origin of Rain from Stratiform versus Convection clouds. *J. Appl. Meteor. Sci.*, 35, 355-371
- Ulbrich, C. W., and D. Atlas, 1983：Nature Variations in the Analytical Form of the Raindrop Size Distribution. *J. Climate Appl. Meteor.*, 22, 1764-1774
- Ulbrich, C. W., and D. Atlas, 1984：Assessment of the contribution of differential polarization to improved rainfall measurements. *Radio Sci.*, 19, 49-57
- Willis, P.T., 1984: Functional fit of some observed drop size distributions and parameterization of rain. *J. Atmos. Sci.*, 41, 1648-1661
- Zhang, G., J. Vivekanandan, and E. Brandes, 2001：A Method for Estimating Rain Rate and Drop Size Distribution from Polarimetric Radar Measurements. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 39, 830-841

Characteristics of the Raindrop Size Distribution in Northern Taiwan from the 2-D Video Disdrometer Data Analysis

Wei-Jhong Lin TaiChi Chen Wang

Institute of Atmospheric Physics , National Central University

(Manuscript received 18 September 2006; in final form 26 March 2007)

ABSTRACT

The Characteristics of Drop Size Distribution (DSD) is of vital importance to the calculation of radar reflectivity, rainfall rate, and liquid water content. There is also a long tradition to study the precipitation processes through the DSD analysis. In this paper the DSD data sets collected by a 2-D Video disdrometer from 2001 to 2002 were analyzed according to the different classification. The results show that there is obvious difference in DSD between Mei-Yu season and typhoon season. The normalized DSD parameters were also studied for two extreme types of DSD with the same reflectivity. The first type exhibits larger total concentration, smaller median diameter and the heaviest rainfall. As a strong contrast, the second type has less total concentration, bigger median diameter and smallest rainfall. The evolution of DSD during the whole life cycle of a precipitation system in Mei-Yu season was also illustrated.

Key words : Drop Size Distribution, Disdrometer, Rainfall rate