

使用 VAD 方法及雷達回波資料 估計大氣垂直渦度剖線

李正紀 廖宇慶

國立中央大學大氣物理研究所

(中華民國九十四年三月二十一日收稿；中華民國九十四年十月十二日定稿)

摘 要

本研究利用傳統的都卜勒氣象雷達 VAD (Velocity Azimuth Display) 分析技術，並結合一個雷達回波保守方程，來估計原有 VAD 方法無法計算的渦度場(Vorticity)垂直分量的垂直分佈剖線(Profile)。

為驗證本方法的精確度，吾人設計一個由 Rankine Vortex 所產生的理想颱風模式資料來加以檢驗，經由比較理論值與反演值的結果，可看出本方法在定量及定性上的估計均有相當不錯的表現。

本研究中將此改良後的 VAD 方法應用在納莉颱風(2001)及艾利颱風(2004)的個案中。在納莉颱風個案中，吾人發現如同理論分析所顯示的，隨著颱風的靠近，垂直渦度亦隨之增加，其變化的趨勢與模擬結果極為相似，這代表本方法適用於真實個案的分析。在艾利颱風個案中，吾人亦將時降雨量納入討論，發現渦度場與輻合輻散場與地面時降雨量存在對應的關係，在若干時段中，輻合的增加與正渦度的增強，會領先地面降雨極值出現的時機，可能具有某種極短期預報上的意義，但仍需更多研究加以確認。

關鍵詞：VAD、渦度場、極短期預報

一、前 言

使用都卜勒雷達的觀測來建構大氣中的風場(u,v,w)結構為雷達氣象學中一項重要的研究工作，長久以來，多雷達的合成為一直接有效的方法(Armijo 1969, Ray et al. 1980)，但此方法因牽涉到成本較高，需同步觀測等實際上的

考量，因此較難在例行作業化的情況下進行。在這個限制條件下，使用單一都卜勒氣象雷達來探測及反演大氣風場的研究也應運而生。Probert-Jones(1960)首先提出如何使用都卜勒雷達來求取水平風場。Lhemitte and Atlas(1961)則詳細的描述如何使用都卜勒雷達來求得寬廣降

水區中各個高度的風速風向以及雨滴終端落速。他們假設風場在水平方向是一致的，雷達的掃描方式為固定某一個仰角(α)，雷達波束對垂直軸做 360 度的旋轉，在某一個觀測距離(R)上，可以得到在此高度($R \sin \alpha$)上沿著一個掃描圈雷達徑向風與方位角的關係，再據此計算出該層的平均水平風場，此即為 VAD (Velocity Azimuth Display) 分析方法。Caton(1963)推廣 Lhemitte and Atlas(1961)的工作以便更精確地估計雨滴落速。Browning and Wexler(1968)放寬 Lhemitte and Atlas(1961)中對風場的假設，令水平風場在水平方向上呈現線性變化，再使用傅利葉級數分析前述的徑向風與方位角的分佈，其結果可以提供風向風速(u, v, w)、水平輻合輻散場 ($\partial u/\partial x + \partial v/\partial y$)、伸展變形場 ($\partial u/\partial x - \partial v/\partial y$) 以及風切變形場 ($\partial v/\partial x + \partial u/\partial y$) 的垂直分佈剖線(Profile)。Srivastava and Matejka (1986)將 VAD 方法做改良，即 EVAD (Extended VAD)方法，並假設在某一極小高度區間下，可以令輻合輻散場及徑向風為常數，使原本由傅利葉係數可求得的輻合輻散場不再受低仰角的限制。鄧與周(1995)假設理想的水平線性風場，與線狀、圓形、橢圓形三種不同的降水型態，以分析 EVAD 方法的誤差，並將此方法用在 TAMEX 實驗期間 IOP #13 的個案分析。Caya and Zawadzki (1992) 將原有 VAD 的公式推廣到高階的非線性項，以滿足當真實風場變化為非線性時的情形。Tabary and Scialam (2001)考慮到在實際作業的情形時，必須極有效率地處理原始都卜勒觀測風場中的折錯問題(Velocity Folding)，以爭取時效，因此在

做 VAD 計算時，將雷達的徑向風對方位角做微分後，再進行傅利葉分析，但此種方法無法產生輻合輻散場。

以上介紹了 VAD 的發展以及若干後續經改良後的方法，但這些方法都無法計算另一個流體結構上重要的參數，即渦度場 ($\nabla \times \vec{V}$)。Lu et al. (1996) 提出結合一個雷達回波保守方程以及原有 VAD 技術的產品，可進而求出大氣渦度場的垂直分量 ($\partial v/\partial x - \partial u/\partial y$)。本研究的目的就在將此方法應用在颱風風場結構的分析上，並嘗試探討輻合輻散場、垂直渦度場與地面降雨之間是否存在關連性。

本文的結構如下：在第二節中將會簡短介紹傳統的 VAD 技術，以及結合雷達回波保守方程後求取渦度的方法。在第三節中吾人使用理想的 Rankine Vortex 模擬颱風環流，並利用此一風場測試反演方法的準確度。在第四節及第五節中將其應用在 2001 年納莉颱風及 2004 年艾利颱風的真實個案分析上，並比對水平輻合輻散場、垂直渦度場與地面降雨率，以檢視這些參數之間變化的關係。第六節為本文的結論與展望。

二、反演方法

(一) VAD 技術

使用 VAD 觀測時都卜勒雷達的掃描方式如圖 1 所示，由圖中各變數的幾何關係可推导出都卜勒雷達徑向風、仰角、方位角及風速的關係式如下：

$$\begin{aligned} V_R(\beta) &= V_h \cos(\beta - \theta) \cos \alpha - V_f \sin \alpha \\ &= u \cos \beta \cos \alpha + v \sin \beta \cos \alpha - V_f \sin \alpha \end{aligned} \quad (1)$$

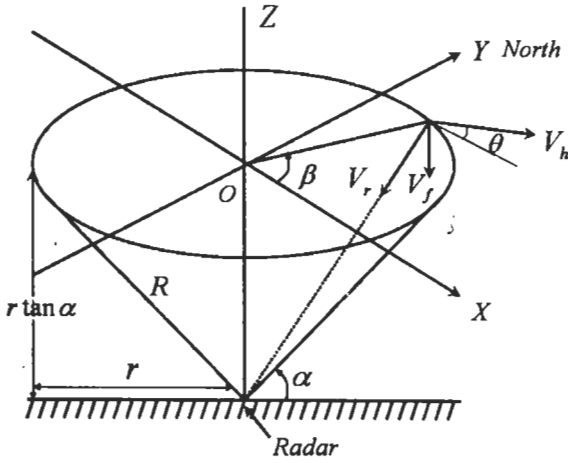


圖 1 VAD (Velocity Azimuth Display)方法幾何關係圖。其中各主要變數說明如下： V_h ，水平風速； V_f ，雨滴垂直落速； V_R ，雷達觀測都卜勒徑向風； θ ，水平風向； β ，天線方位角； α ，天線仰角； R ，雷達到掃描範圍的徑向距離； r ，雷達到掃描範圍的水平距離。

其中 V_h 是水平風速； V_f 為雨滴垂直落速； V_R 代表雷達觀測到的都卜勒徑向風； θ 是水平風向； β 是天線方位角；天線仰角以 α 表示； R 是雷達位置到掃描範圍的徑向距離； r 則為雷達位置到掃描範圍的水平距離。VAD 方法中分析的都卜勒雷達資料取自圖 1 中高度為 $r \tan \alpha$ ，半徑為 r 的一圈。

現在假設在某一個高度層上，水平風速分量 u, v 在水平方向呈線性變化，則可以對掃描範圍內的風場在 x, y 平面上的分佈表示成：

$$u(x, y) = u_0 + \frac{\partial u}{\partial x} x + \frac{\partial u}{\partial y} y$$

$$v(x, y) = v_0 + \frac{\partial v}{\partial x} x + \frac{\partial v}{\partial y} y \quad (2)$$

由圖 1 知 $x = r \cos \beta, y = r \sin \beta$ ，且假設下降速度為水平均勻分布，即 $V_f = V_{f0}$ 。將以上 u, v, x, y 代入(1)式可得：

$$V_R(\beta) = -\frac{1}{2} r \cos \alpha \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + V_{f0} \sin \alpha$$

$$- u_0 \cos \alpha \cos \beta - v_0 \cos \alpha \sin \beta$$

$$- \frac{1}{2} r \cos \alpha \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \cos 2\beta - \frac{1}{2} r \cos \alpha \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \sin 2\beta \quad (3)$$

(3)式中的雷達徑向風(V_R)沿著一個分析圈中的分佈又可對方位角(β)做傅利葉級數展開：

$$V_R(\beta) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\beta$$

$$+ b_n \sin n\beta) \quad (4)$$

若只取二項，得到

$$V_R(\beta) = \frac{1}{2} a_0 + (a_1 \cos \beta + b_1 \sin \beta)$$

$$+ (a_2 \cos 2\beta + b_2 \sin 2\beta) \quad (5)$$

比較(3)式及(5)式，則(5)式中的傅利葉係數可表示為：

$$\begin{aligned}
 a_0 &= r \cos \alpha \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - 2V_{f_0} \sin \alpha \\
 a_1 &= u_0 \cos \alpha \\
 b_1 &= v_0 \cos \alpha \\
 a_2 &= \frac{1}{2} r \cos \alpha \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\
 b_2 &= \frac{1}{2} r \cos \alpha \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right)
 \end{aligned} \tag{6}$$

其中：

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) &: \text{水平輻散} \\
 \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) &: \text{伸張變形} \\
 \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) &: \text{風切變形}
 \end{aligned}$$

由(6)式經過數學整理，可求出大氣風場運動特性參數分別為：

水平輻合輻散場：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{a_0}{r \cos \alpha} - \frac{2V_{f_0}}{r} \tan \alpha \tag{7}$$

水平風速：

$$\begin{aligned}
 u_0 &= \frac{a_1}{\cos \alpha} \\
 v_0 &= \frac{b_1}{\cos \alpha}
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$V_h = (u_0^2 + v_0^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{(a_1^2 + b_1^2)^{\frac{1}{2}}}{\cos \alpha}$$

水平風向：

$$\begin{aligned}
 \theta &= \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{a_1}{b_1} \right) \quad (b_1 < 0) \\
 \theta &= \frac{3\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{a_1}{b_1} \right) \quad (b_1 > 0)
 \end{aligned} \tag{9}$$

變形場：

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} &= \frac{2a_2}{r \cos \alpha} \\
 \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{2b_2}{r \cos \alpha}
 \end{aligned} \tag{10}$$

至於傅利葉係數(a_0, a_1, b_1, a_2, b_2)可利用大量觀測資料做統計樣本，以多重回歸最小平方方法 (Multiple Regression Least Square Method) 求得。而在求得(a_0, a_1, b_1, a_2, b_2)後，風場運動參數(包括：水平輻合輻散場、風速風向、伸展變形場及風切變形場)即可由(7)式至(10)式得知。在垂直落速方面，在低仰角時垂直落速對徑向風的貢獻極小，且再不同的降水型態中亦會有不同的影響，因此 Browning and Wexler (1968)認為在降水的情況下仰角的最大值應為 $\alpha_{\max} = 9.0^\circ$ ，而在此範圍內可忽略垂直落速的貢獻。不過，垂直落速亦可由回波以經驗式估計之(Shapiro et al. 1995)。本文採取忽略垂直落速的方式計算。

(二) 渦度估計

如上節所述利用傳統 VAD 方法只能求得水平輻合輻散場、風速風向、伸展變形場及風切變形場，而垂直渦度場卻無法求得。Lu et al. (1996)利用(2)式風呈線性變化的假設做了以下更進一步的推導：

$$\begin{aligned}
u(x, y) &= u_0 + \frac{\partial u}{\partial x} x + \frac{\partial u}{\partial y} y \\
&= u_0 + \frac{x}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{y}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\
&= u_0 + \frac{x}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{y}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\
&= u_0 + \frac{x}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] - \frac{y}{2} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v(x, y) &= u_0 + \frac{\partial v}{\partial x} x + \frac{\partial v}{\partial y} y \\
&= u_0 + \frac{x}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{y}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\
&= u_0 + \frac{x}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{y}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\
&= u_0 + \frac{x}{2} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] - \frac{y}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \quad (12)
\end{aligned}$$

由以上推導可求得輻合輻散場、伸展變形場、風切變形場以及渦度場與風場之間的關係如下：

$$\begin{aligned}
u(x, y) &= u_0 + \frac{x}{2} [div + df(st)] - \frac{y}{2} [vort - df(sh)] \\
v(x, y) &= v_0 + \frac{x}{2} [vort + df(sh)] - \frac{y}{2} [df(st) - div] \quad (13)
\end{aligned}$$

其中， u 為雷達位置上方 x 方向的風、 v_0 為雷達位置上方 y 方向的風、 div 為水平輻合輻散場、 $df(st)$ 為伸展變形場、 $df(sh)$ 為風切變形場、 $vort$ 為渦度場的垂直分量、 u, v 為水平風場。(13)式中，等號右邊的變數除了渦度場以外，其餘均可由 VAD 法求得。因此，吾

人計算渦度場的步驟如下：首先猜測一個渦度值，再結合 VAD 的產品，代入(13)式中，即可算出一組風場在空間中的分布 $u(x, y), v(x, y)$ 。其次，在一短時間內如：3 分鐘~6 分鐘，吾人假設降水系統中沒有蒸發/凝結的現象，所以吾人可再將這一組 u, v 代入一

個假設沒有源(Source)/匯(Sink)變化的回波保守方程如下：

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0 \quad (14)$$

其中 η 為雷達回波。將(14)式以數值方法對時間做積分，一直到有下一筆雷達回波觀測的時間。將數值積分的回波與真實觀測的回波比對，亦即計算相對均方根誤差(Relative Root Mean Square Error, RRMSE)，定義如下：

$$RRMSE = \left[\frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\eta_{\text{model}} - \eta_{\text{true}})_i^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\eta_{\text{true}})_i^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

其中， η_{mode} 代表數值積分後之回波， η_{true} 代表觀測之回波， N 則是區域內的網格點總數。經由(15)式的計算，可得到一個誤差值。若連續給定一組渦度猜值之後便會得到一組對應的誤差值，其中會產生誤差值最小的渦度值即為最接近雷達上方掃描範圍內的平均垂直渦度值。吾人對每一層進行計算，最後可得出渦度場垂直分量沿不同高度分佈的剖線。

三、以理想模式驗證

(一) 反演結果與解析解的比較

在本節中使用一理想的 Rankine Vortex 來模擬颱風環流，並且將此一理想的渦旋放在距雷達不同距離的位置來作測試。其中 Rankine Vortex 的定義如下：

渦旋切向風分量：

$$\vec{v}_\phi(R) = v_{\phi \max} \left(\frac{R}{R_{\max}} \right)^{\lambda_\phi} \hat{e}_\phi \quad (16)$$

渦旋徑向風分量：

$$\vec{v}_r(R) = v_{r \max} \left(\frac{R}{R_{\max}} \right)^{\lambda_r} \hat{e}_r \quad (17)$$

(16)式及(17)式中切向方向風速 $V_{\phi \max}$ 為 45 m/s，其中正值代表逆時鐘方向，徑向方向風速 $V_{r \max}$ 為 -15 m/s，其中負值代表朝向渦旋中心的方向，最大風速半徑 R_{\max} 為 15 公里。 λ_ϕ, λ_r 代表颱風環流結構由颱風中心開始隨著半徑的變化趨勢，在此的定義是以 R_{\max} 為界，當 $0 < R \leq R_{\max}$ 時 λ_ϕ, λ_r 取為正值，當 $R > R_{\max}$ 時 λ_ϕ, λ_r 取為負值，代表風速隨半徑遞增，至 R_{\max} 後呈遞減變化。

吾人分別討論當雷達掃描範圍為半徑 10 公里時，Rankine Vortex 在雷達位置東方 0 公里、5 公里、10 公里、15 公里、20 公里、25 公里、30 公里、35 公里處以及 $\lambda_\phi, \lambda_r = \pm 1$ 、 $\lambda_\phi, \lambda_r = \pm 2$ ，在平流 1 分鐘、3 分鐘及 6 分鐘後反演結果與理論值的差異。

在這個理想的颱風環流模式中，水平輻合輻散場($\nabla_H \cdot \vec{V}$)與垂直渦度(ζ)的解析解為：

$$\text{當 } 0 < R < R_{\max} \text{ 時 } \lambda_r, \lambda_\phi = 1$$

$$\nabla_H \cdot \vec{V} = \left(\frac{2V_{r \max}}{R_{\max}} \right) \quad (18a)$$

$$\zeta = \frac{2V_{\phi \max}}{R_{\max}} \quad (18b)$$

$$\text{當 } R > R_{\max} \text{ 時 } \lambda_r, \lambda_\phi = -1$$

$$\nabla_H \cdot \vec{V} = 0 \quad (19a)$$

$$\zeta = 0 \quad (19b)$$

當 $0 < R < R_{\max}$ 時 $\lambda_r, \lambda_\phi = 2$

$$\nabla_H \cdot \vec{V} = \frac{3V_{r\max} R}{R_{\max}^2} \quad (20a)$$

$$\zeta = \frac{3V_{\phi\max} R}{R_{\max}^2} \quad (20b)$$

當 $R > R_{\max}$ 時 $\lambda_r, \lambda_\phi = -2$

$$\nabla_H \cdot \vec{V} = -\frac{V_{r\max} R_{\max}^2}{R^3} \quad (21a)$$

$$\zeta = -\frac{V_{\phi\max} R_{\max}^2}{R^3} \quad (21b)$$

吾人首先探討當 $\lambda_\phi, \lambda_r = \pm 1$ 時的情形。圖 2(a)、2(b)分別為颱風切向風及徑向風通過渦旋中心的剖面圖。由於先前對風場做線性變化之假設，也就是當雷達掃描範圍內的風場變化愈接近線性時，反演的結果就會愈準確，圖 2(a)、

2(b)中在 $R < R_{\max}$ (15 公里)處之風場是呈線性變化的，而在 $R > R_{\max}$ 處雖然風場的變化不是線性的，但若掃描範圍沒有同時涵蓋 $R > R_{\max}$ 與 $R < R_{\max}$ 的區域，則掃描範圍內仍然是一個接近線性的風場。圖 2(c)與圖 2(d)分別為水平輻合輻散場與垂直渦度場通過渦旋中心的剖面圖，配合(18)式、(19)式可得知，在 $R < R_{\max}$ 的範圍內有輻合場與正的渦度場，而其分佈為一個常數，另外在 $R > R_{\max}$ 處兩者皆為零。圖 3 與圖 4(a)-(c)分別為 $\lambda_\phi, \lambda_r = \pm 1$ 且平流方程積分時間為 1 分鐘、3 分鐘及 6 分鐘時的水平輻合輻散場與垂直渦度場反演的結果，這代表雷達觀測掃描的時間間隔為 1 分鐘、3 分鐘及 6 分鐘的情境。圖中的橫座標為渦旋中心到雷達的距離。由於輻合輻散場的反演與平流方程的積分時間長短無關，因此圖 3 只有一個結果。

由圖 3 及圖 4 中的結果顯示水平輻合輻散場被相當精確地反演出來，但是渦度場的反

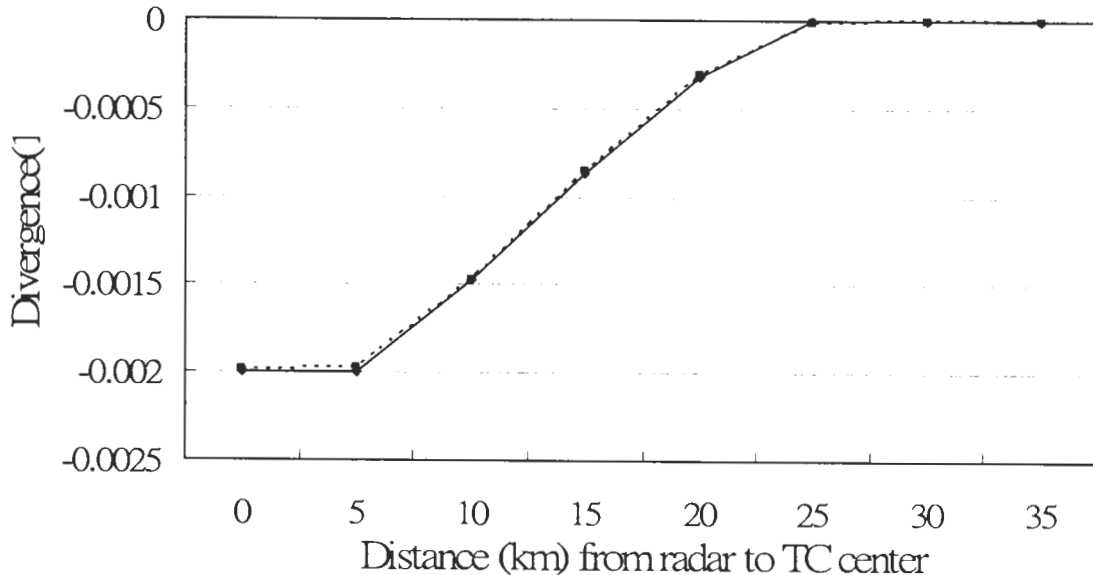


圖 3 $\lambda_\phi, \lambda_r = \pm 1$ 時反演的水平輻合輻散場。實線為理論值，虛線為反演值。

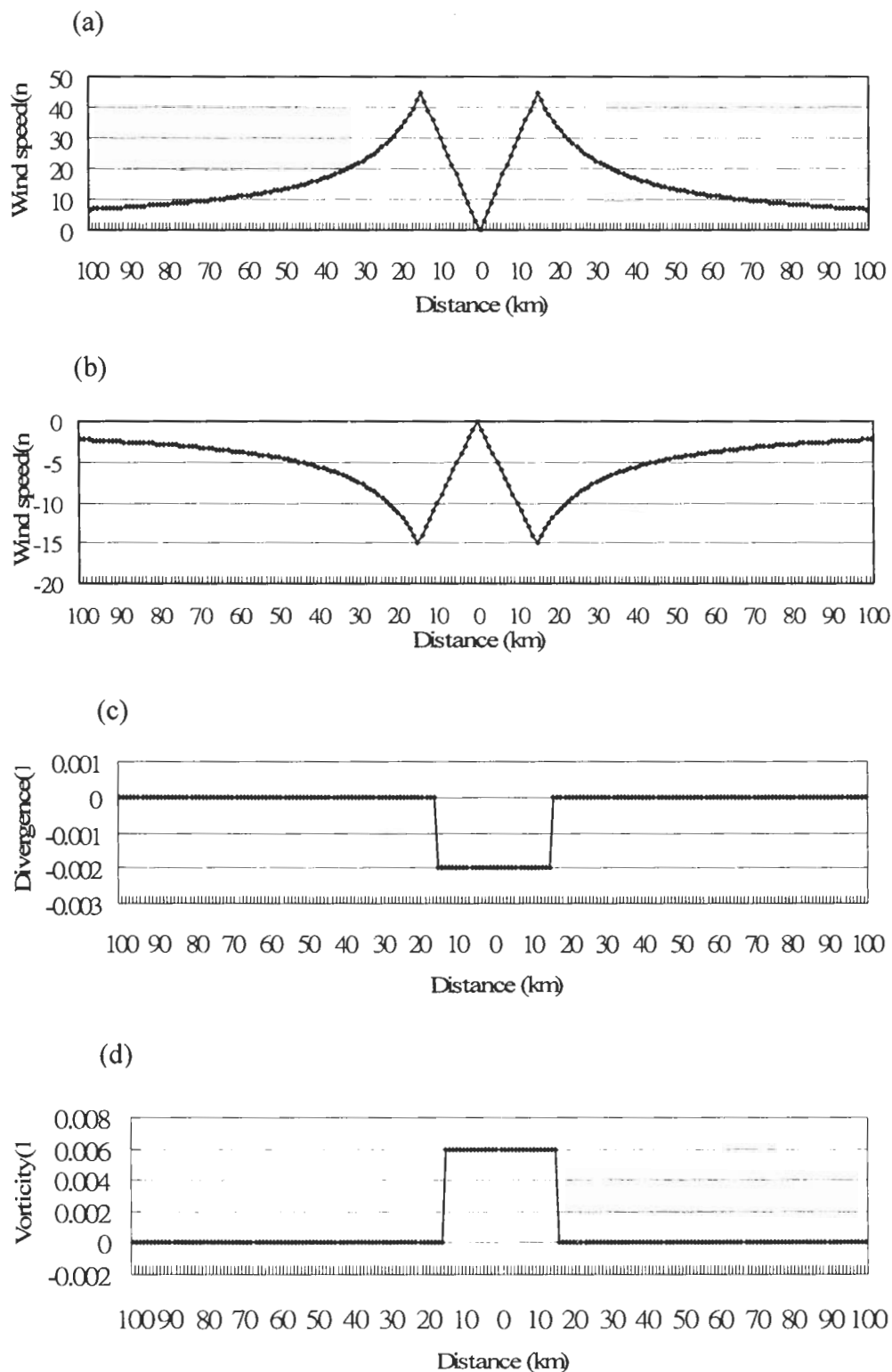


圖 2 $\lambda_\phi, \lambda_r = \pm 1$ 時一個理想颱風環流的結構分布(a)切向風, (b)徑向風, (c)水平輻合輻散場, (d)垂直渦度場。橫座標為距颱風中心的距離。

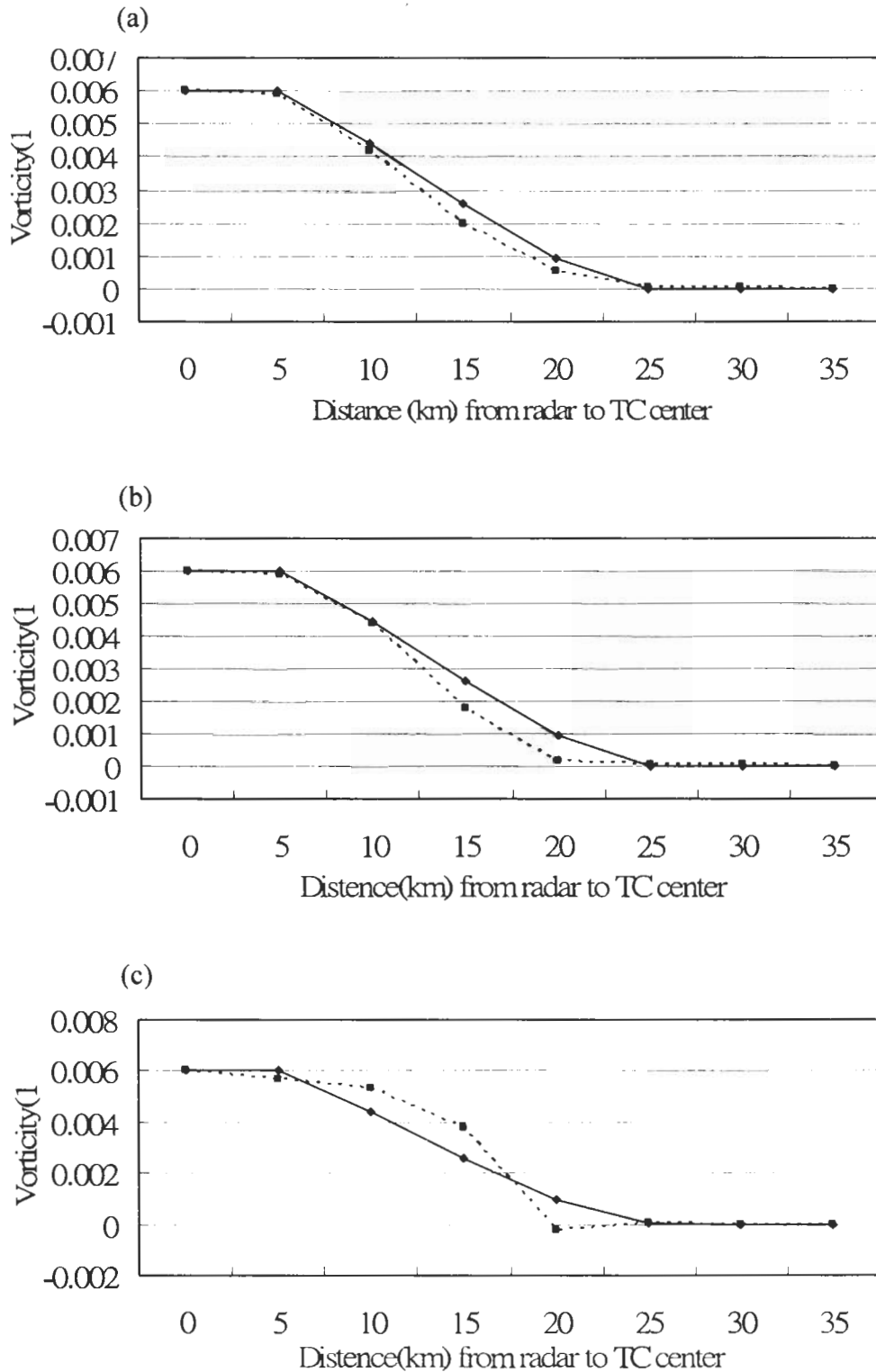


圖 4 $\lambda_\phi, \lambda_r = \pm 1$ 時反演的垂直渦度場。實線為理論值，虛線為反演值。
平流方程積分時間為(a)1 分鐘，(b)3 分鐘，(c)6 分鐘。

演誤差較大。在 10~25 公里處由於雷達的掃描範圍涵蓋了 $R < R_{\max}$ 及 $R > R_{\max}$ 區域，所以在雷達掃描範圍內的風就相對的較複雜，以至於圖中顯示出較大的差異，這個差異仍然來自吾人對風的變化做了線性的假設。

爲了定量地評估本反演方法的精確度，吾人並不計算每一個時間反演的相對誤差，這是因爲其中有若干筆資料的渦度值非常接近零(如圖 4 的最右邊三筆資料)，因此些微的反演誤差就會導致很大的相對誤差。在這個情形下，我們改用如下的計算來評估一個反演結果總體的相對誤差：

$$\text{相對誤差} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_i [\zeta_i(\text{true}) - \zeta_i(\text{retv})]^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_i [\zeta_i(\text{true})]^2}} \quad (22)$$

其中的 ζ 爲垂直渦度，下標 i 代表每個時間的資料， \sum 則爲對所有時間(N=8)的資料所做的總合。

從積分時間方面來看，由圖 4 中很明顯的積分時間愈短渦度反演的誤差也相對的愈小，誤差會隨著模式積分時間拉長而變大。若使用公式(22)計算，結果顯示積分 1 分鐘、3 分鐘、6 分鐘的反演相對誤差分別爲 0.57%、1.23% 以及 3.79%。若比較個別時間的反演結果，則由圖 4(c)可以看出當積分至 6 分鐘時，颱風中心在距雷達 20 公里的位置，真實的渦度爲正值，但反演的渦度已出現微弱的負值，但在其它距離所產生的誤差則仍可接受，且渦度值隨距離變化的整體趨勢並不會因爲時間拉長而有太大的改變，這是因爲在此理想實驗的設定下，用來比對的“真實”雷達回波是以滿足(14)式的保守方程被平流，因此這個誤差來源可被忽略。而渦度變化趨勢的一致，則代表本方法中使用呈線性分佈的風場來平流回波，在 6 分鐘的時間間隔內，仍能大致掌握回波的變化。在分析真實個案時，由於回波並不完全保守，因此使用的雷達資料時間間隔愈短，反演結果會愈好。

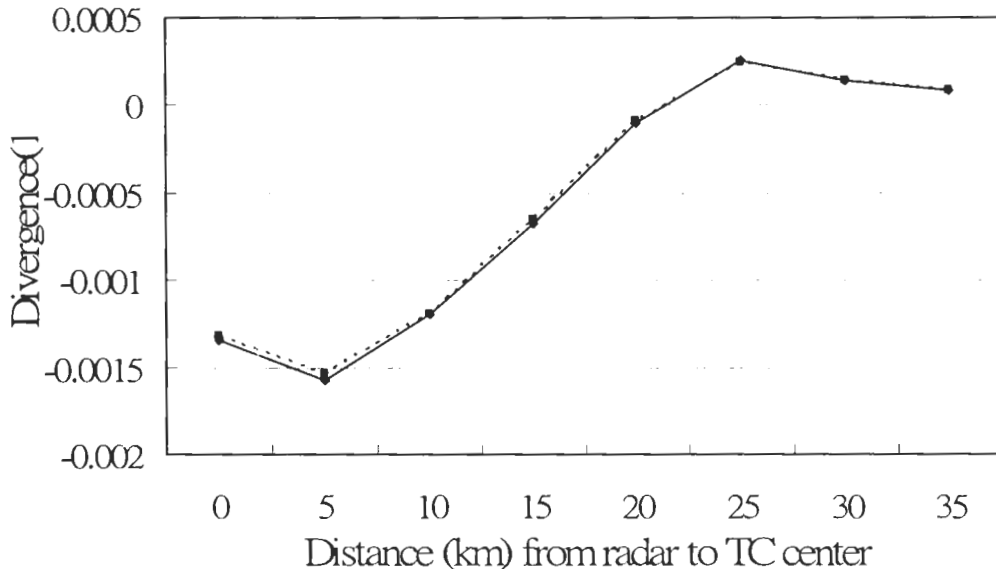


圖 6 同圖 3，但是代表 $\lambda_\phi, \lambda_r = \pm 2$ 時水平輻合輻散場的理论值(實線)與反演的結果(虛線)。

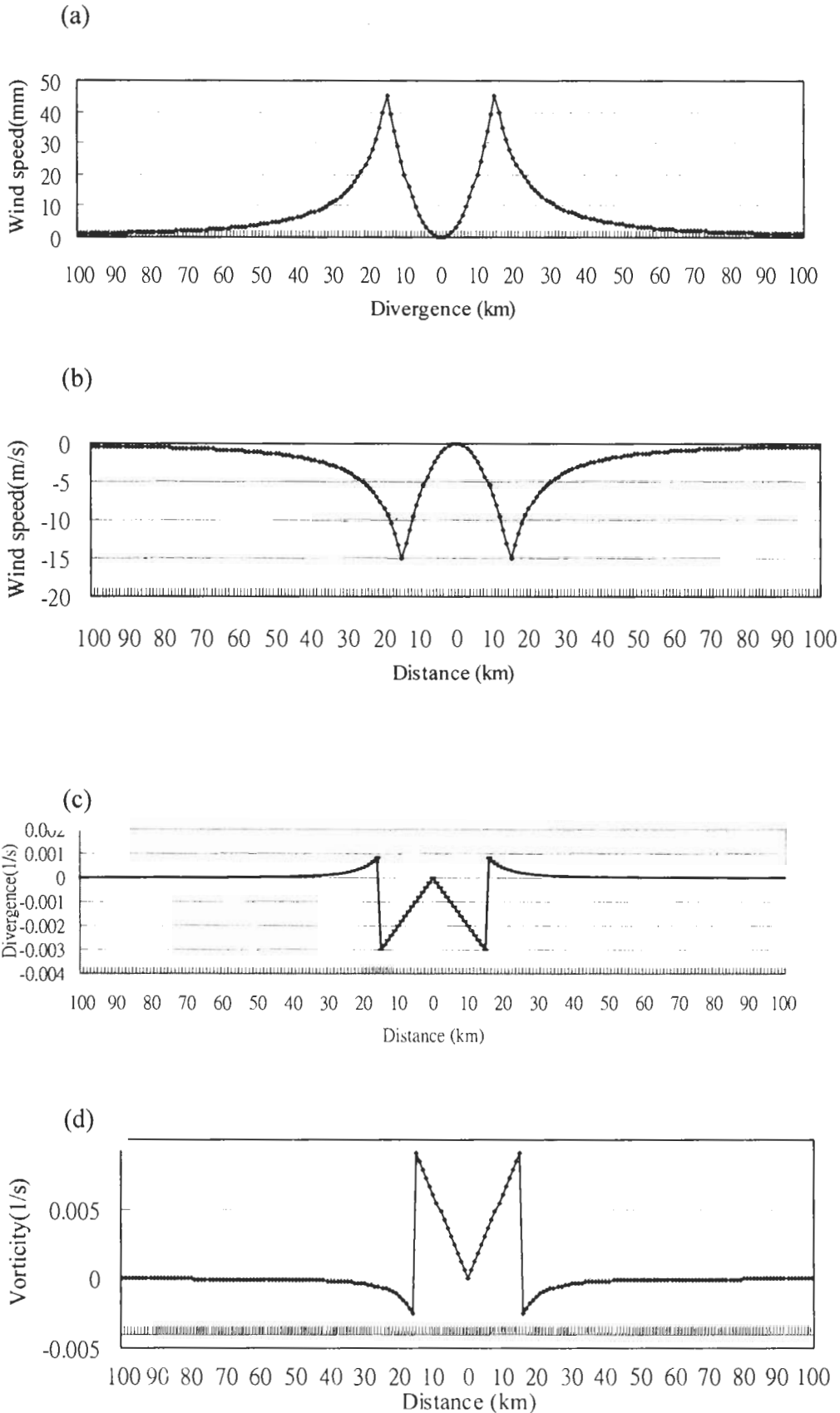


圖 5 同圖 2，但是代表 $\lambda_\phi, \lambda_r = \pm 2$ 時理想颱風環流的結構分布。

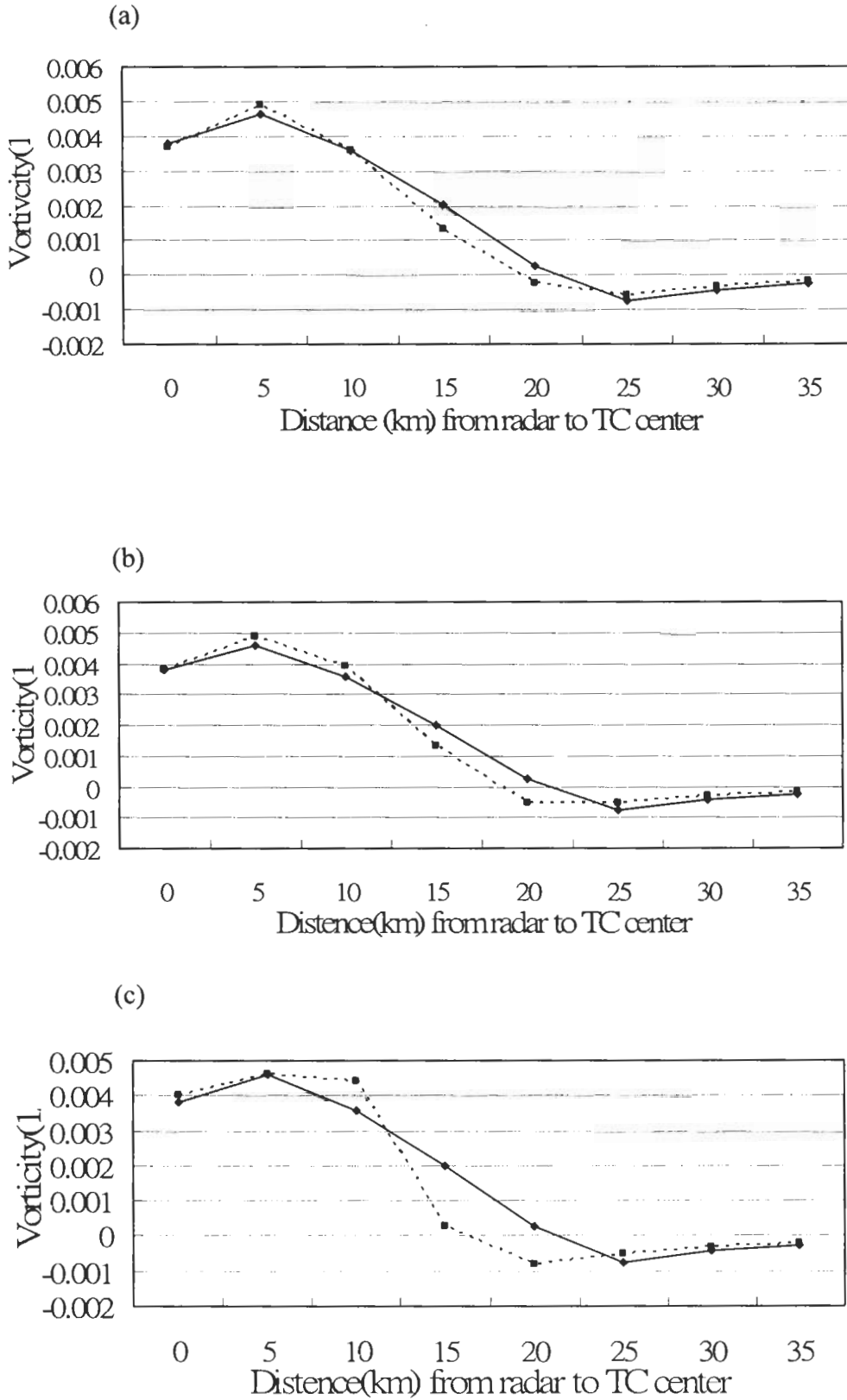


圖 7 同圖 4，但是代表 $\lambda_\phi, \lambda_r = \pm 2$ 時垂直渦度場的理论值(實線)與反演的結果(虛線)。

當 $\lambda_\phi, \lambda_r = \pm 2$ 時颱風切向風及徑向風的剖面如圖 5(a)、5(b)所示，水平輻合輻散場與垂直渦度場的分佈由公式(20)與(21)所示，而其由渦旋中心向外的分佈則如圖 5(c)、5(d)所繪。很明顯的現在風場在任何距離都是非線性的分佈，另外輻合輻散場與渦度場在 $R < R_{\max}$ 的區域為線性，但是在 $R > R_{\max}$ 處出現水平輻散場(正值)，渦度場出現負值，兩者再以非線性變化的曲線趨近於零。圖 6 顯示反演的水平輻合輻散場，與圖 3 相同的是這個場也可以被完整地反演出來。圖 7(a)-(c)表示在 $\lambda_\phi, \lambda_r = \pm 2$ 時所反演的渦度場分佈。其總體的反演相對誤差在積分 1 分鐘、3 分鐘、6 分鐘時分別為 1.70%、2.64%以及 9.32%。吾人可以看出雖然在這個風場已經不是線性分佈的情形下，反演的渦度在變化趨勢以及定量上都仍然能夠為本方法所掌握。此外平流 1 分鐘的結果最好，這表示如果雷達有較快速的掃描，可以提供較短時間內的回波以供比對，則本文所用的方法也會有較好的表現。我們也測試了當 $\lambda_\phi, \lambda_r = \pm 3$ 時反演渦度場的變化，但其結果與 $\lambda_\phi, \lambda_r = \pm 2$ 時類似，因此在此省略。

四、納莉颱風(2001)真實個案分析

(一) 資料來源與處理

在本節中吾人將第二節中所介紹的改良 VAD 方法應用到分析真實個案，以了解其可行性。在個案的篩選方面，我們選擇納莉颱風(2001)，因為它接近台灣時的路徑與上節中理想個案使用的路徑相似，吾人可比較反演的渦度值是否正如模擬結果所顯示，有隨著颱風的靠近而增加的趨勢。本個案中所使用的雷達資

料為中央氣象局五分山都卜勒雷達站所觀測的雷達資料，五分山雷達站位於台灣東北方，座標為北緯 25.04 度、東經 121.46 度，標高 766 公尺，該雷達每 6 分鐘有一完整的體積掃描 (Volume Scan)。所選取的個案為 2001 年 9 月 16 日納莉颱風侵台期間雷達的觀測資料。五分山都卜勒雷達在本個案的掃描方式是以 VAD 方式，做 360 度掃描，仰角分別從 0.5 度、1.5 度、2.5 度、3.5 度、4.5 度、6.0 度、10.0 度、14.5 度、19.5 度、共 9 層，方位角 0 度~360 度，最大掃描半徑 148 公里，解析度 250 公尺。

在風場資料處理方面，本研究先利用 SOLO 軟體選取適當的分析時間，再利用 Sprint 與 Cedric 軟體進行內插、除錯、反折疊 (Unfold)、修補 (Patch)、平滑等處理。本研究所分析的時間為 2001 年 9 月 16 日 1829~1958 LST (Local Standard Time)。

(二) 納莉颱風垂直渦度反演結果

本個案中 VAD 分析的半徑為 20 公里。圖 8 顯示從 2001 年 9 月 16 日 1829LST 到 1958LST 期間，從大約 1.3 公里到 4.3 公里不同高度層，每半小時做一次渦度場反演的結果，當時颱風中心位於五分山雷達站的正東方，時間越早代表颱風離雷達的距離越遠，颱風中心在 1829LST 時離雷達距離約為 60 公里，到了 1900LST 與 1958LST 時距離則分別縮短到大約 50 及 35 公里，圖 8 顯示當颱風愈接近雷達時渦度呈現遞增的現象，此結果與第三節中使用理想的渦旋靠近雷達時所得到的結果相似，這也許可以顯示在這段時間內納莉颱風的環流結構可以使用一個理想的渦旋模型來趨近。

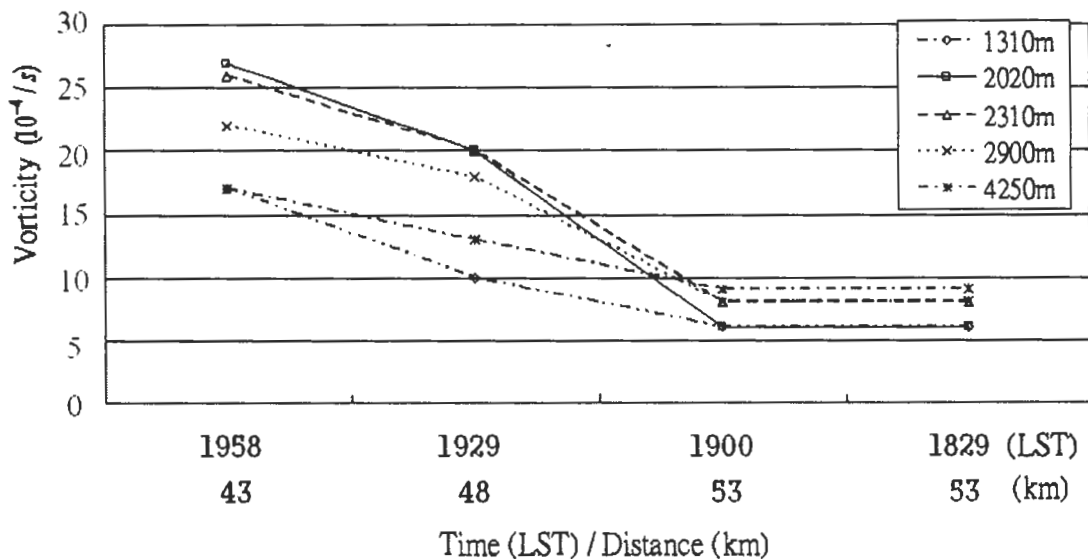


圖 8 2001 年 9 月 16 日納莉颱風侵台期間不同高度的垂直渦度場隨時間的分佈。橫座標為時間及颱風中心離雷達的距離，愈早代表颱風離雷達的距離愈遠。

五、艾利颱風(2004)真實個案分析

本個案研究中仍然是使用中央氣象局五分山都卜勒雷達站所觀測的資料，分析時間為 2004

年 8 月 24 日 1100LST 到 25 日 1000LST 約一天的時間之內，吾人每隔一小時計算當時雷達站上空的垂直渦度場以及水平輻合輻散場，VAD 的分析半徑為 20 公里。圖 9 為反演的結果隨時間的變化，圖中的垂直渦度場與水平輻合輻散

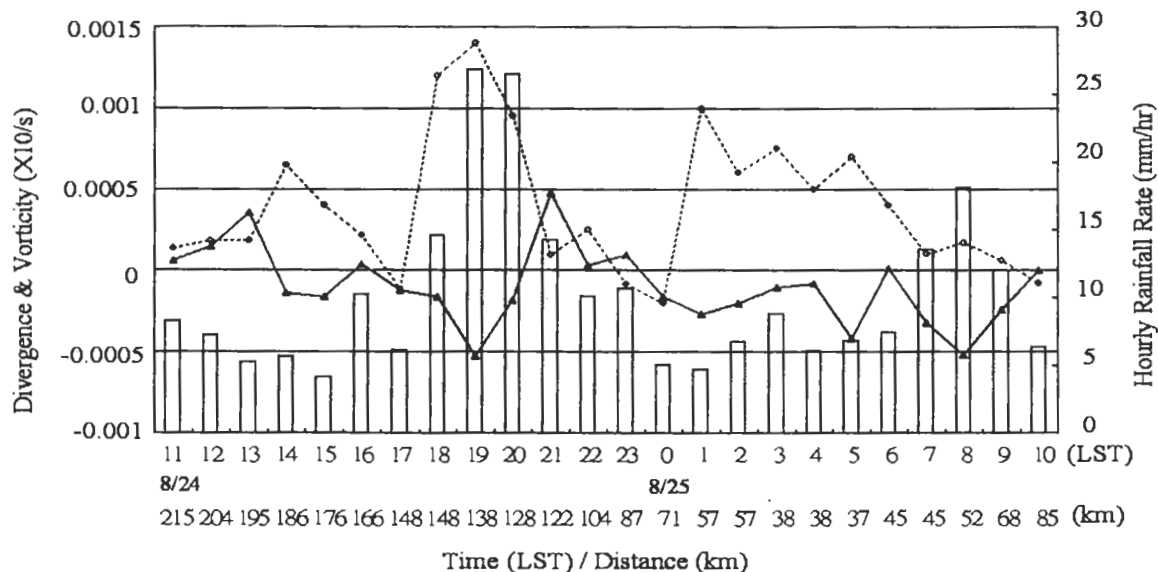


圖 9 2004 年 8 月 24 日~25 日艾利颱風侵台期間的水平輻合輻散場(實線)、垂直渦度場(虛線)以及時降雨量(直方圖)在大約 24 小時之內的變化。其中橫座標為時間及颱風中心離雷達的距離。垂直渦度場的值已被放大 10 倍，時降雨量為 32 個地面雨量站的平均值。

場都是由 2.3 公里、3.3 公里兩層的結果平均後的數值。另外在圖 9 中也繪出以五分山雷達站為中心，半徑 30 公里內，共 32 個地面雨量站所量測的平均降雨率。

由圖 9 中可發現地面降雨出現兩個峰值，第一個峰值由 24 日 1800LST 開始到 2100LST，第二個峰值由 25 日的 0600LST 開始到 0900LST，而在其餘時間降雨均持續進行，降

雨率保持在大約 5 mm/hr 上下。垂直渦度場在前述降雨出現峰值的時刻，也有相對應的變化，如 24 日的 1700~2100LST 正垂直渦度的增加與第一個降雨峰值出現的時間大致吻合，在 25 日 0100~0800LST 垂直渦度的增加則領先第二個降雨峰值出現的時間。另外水平輻合輻散場在這 24 小時持續降雨的時間之內大多呈現輻合的狀態，而在前述正渦度值增加的時刻，輻合場也

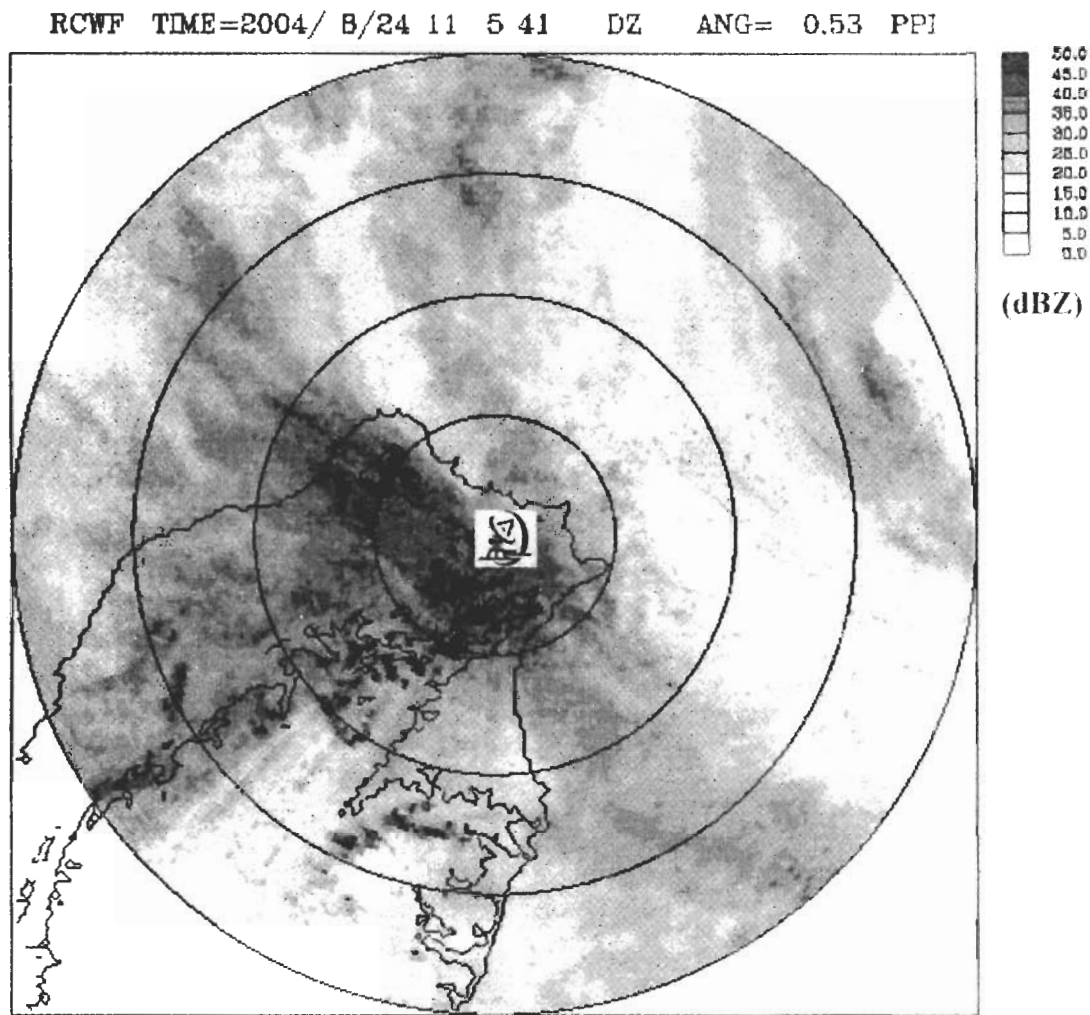


圖 10 艾利颱風侵台期間 2004 年 8 月 24 日 1900LST 五分山雷達在仰角 0.53 度的回波圖。圖中的每一圈距離為 25 公里，此時五分山雷達站被一主要降雨帶所籠罩，颱風中心在台灣東北方，但尚未進入雷達觀測的範圍。

有增加的趨勢，如 24 日的 1900LST 與 25 日的 0500LST 以及 0700~0800LST。在 25 日的 0500LST 時，此時輻合場增加，而正渦度值也維持較大的值，這個現象出現在下一波降雨極值出現之前約 1~2 小時，似乎顯示此種風場結構的變化，具有某種程度的極短期預報能力，但仍需更多的研究來證實此推論。圖 10 顯示的是 24 日 1900LST 五分山雷達回波圖，當時颱風中心仍在台灣東北方，但是在本圖顯示的範

圍之外。此時五分山附近被一較強的回波(30~40 dbz)區域所覆蓋，而地面降雨率也達到極大值(如圖 9 中的第一個降雨峰值所示)，因此這個較強的降雨是來自颱風的主要降雨帶(Principal Rain Band)。圖 11 以及圖 12 則分別代表 25 日 0300LST 以及 0800LST 的五分山雷達回波分布圖，此時颱風中心沿台灣北部海岸線向西北方移動，五分山雷達站位於眼牆附近，與圖 9 相對照，地面降雨則持續不斷，但是在主要雨帶

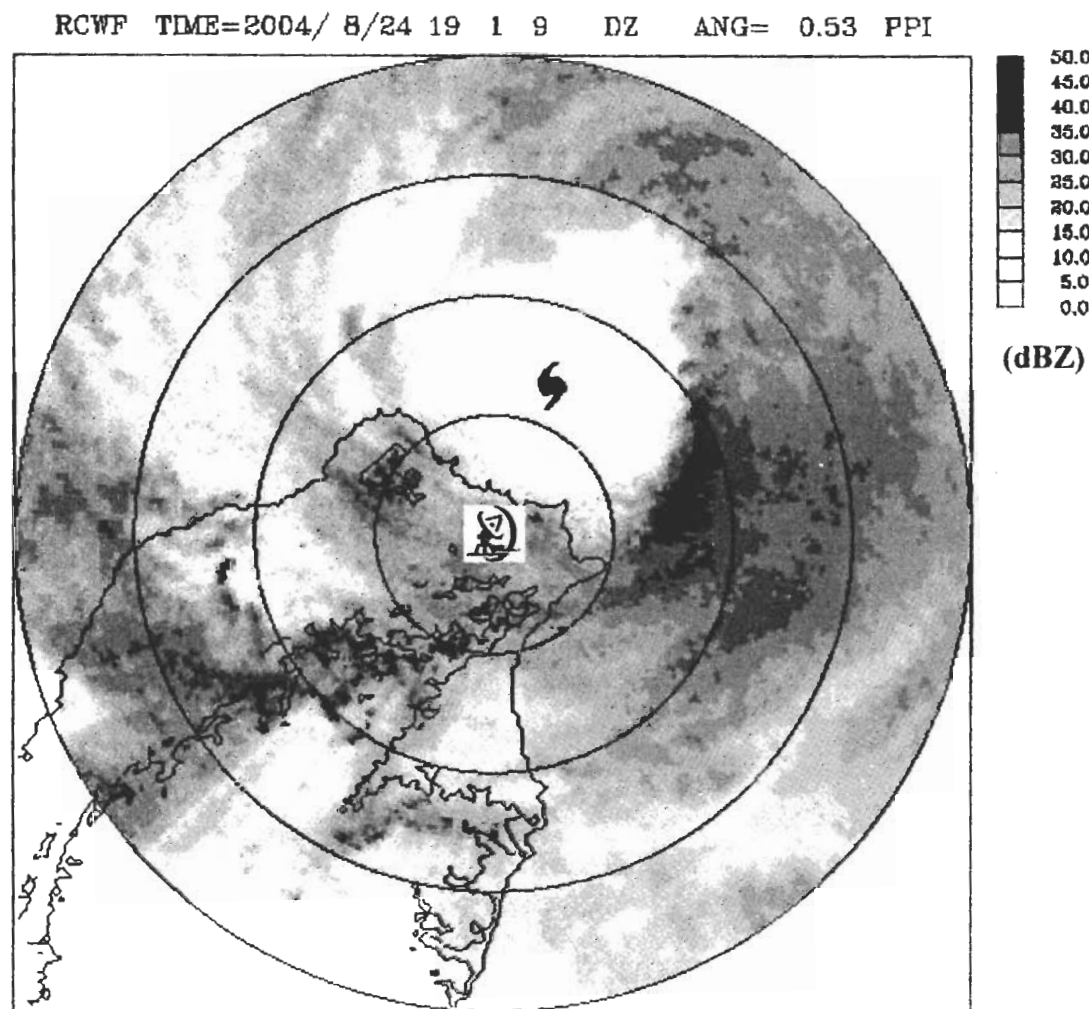


圖 11 同圖 10，但為 2004 年 8 月 25 日 0300LST 五分山雷達在仰角 0.53 度的回波圖。此時颱風中心(以一颱風符號代表)在台灣北部海面，五分山雷達站位於颱風眼牆附近。

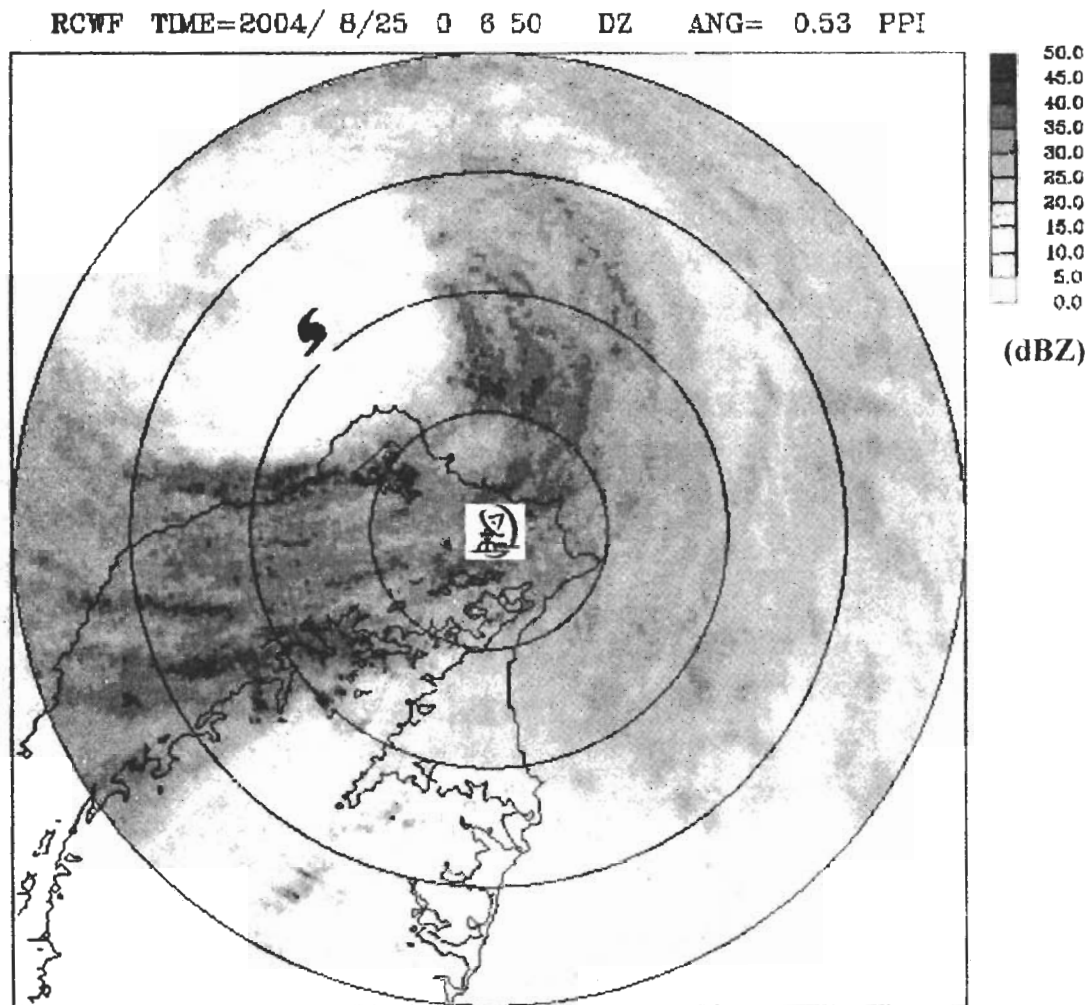


圖 12 同圖 11，但為 8 月 25 日 0800LST 的五分山雷達在仰角 0.53 度的回波圖。
此時颱風中心已向西移動，五分山雷達站仍在颱風眼牆的範圍內。

通過後也有減緩的趨勢，然後在 25 日 0800LST 颱風眼牆附近時又達到另一個極大值(約 18 mm/hr)。垂直渦度場在主要降雨帶通過後有減小的趨勢，但在眼牆靠近時則開始有增加的趨勢(25 日 0100LST)，到了第二個降雨峰值通過後(25 日 0800LST)逐漸減小。

由渦度收支方程(如: Holton 2004, P.103)可知，在 8 月 24 日至 25 日的這段時間內，持

續的輻合場，如圖 9 所示，應有助於維持正渦度場的存在。另外，吾人亦檢視了渦度的垂直分佈，發現在第一個降雨峰值出現時(24 日 1800LST~2100LST)，渦度有隨高度遞減的趨勢，而此時颱風的螺旋雨帶，風由西北向東南方向吹，而山脈走向則是由東北朝向西南，因此吾人推論此時地形抬升所伴隨的上升運動，有助於加強渦度方程中的抽拉項(Stretching)，導致渦度峰值的出現。至於第二個渦度峰值發

生時，因為此時的風向已轉為西南風，其方向與山脈走向一致，所以此渦度峰值應來自於颱風眼眼牆本身渦度場的移入。此外，由圖 9 中吾人也發現雖然渦度值在 25 日 0100LST 開始增加時，的確領先第二個降雨峰值出現的時間，但是第一個渦度場與輻合輻散場的明顯變化卻與第一個雨量峰值的出現幾乎是同時發生的，並沒有出現在雨量增加之前，換句話說，是否能夠經由監測這些與風場結構相關的參數的變化，來進行極短期預報降雨趨勢，仍需更多的研究。

六、結論與展望

本文結合傳統的 VAD 分析技術與一個回波保守方程，來估計原有 VAD 方法無法計算的垂直渦度場的垂直分佈。吾人使用理想的模式來驗證了此方法的準確度，並將此方法反演的渦度場與原有 VAD 可計算的輻合輻散場應用到兩個真實颱風的個案。在納莉颱風個案中，吾人測試的目的為了解本方法運用於真實颱風個案的可行性，結果顯示隨著颱風的靠近渦度有增加的趨勢，與模擬之結果相當類似。在艾利颱風的個案中，吾人發現高層的渦度場、低層的輻合輻散場與地面降雨率存在對應的關係，且出現當低層輻合增強，高層正渦度維持一較大值結構時，會領先降雨極值出現的時間，至於此種風場結構變化的資訊是否具有用來預報降雨趨勢的能力，仍需更進一步的研究。雖然本文中這個改良後的 VAD 方法是應用在分析理想與真實的颱風環流上，但此方法的適用性並不侷限於颱風。基本上，VAD 方法中已假設了風場呈線性變化，這意味著吾人必須注意在 VAD 計算中所選取的一圈雷達資料是否屬於同一天

氣類型。舉例而言，如果在同一分析圈上，有部份資料來自層狀區，另一部分的資料來自對流區，則 VAD 的結果便會受到影響。

Benjamin et al.(2004) 指出使用 NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration) 剖風儀(Wind Profiler)網資料可用來改善美國本土 3~12 小時的預報，由於 VAD 方法的產品與剖風儀的觀測類似，因此吾人可配合目前台灣各單位作業與研究用的八部環島都卜勒雷達網連，並利用雷達高時間解析度的優點，以及本研究中所使用的改良後的 VAD 法，計算出台灣本島上空三度空間的風場、渦度場、輻合輻散場結構隨時間的變化，雖然在空間解析度上較為稀疏，但對於研究一個天氣系統的結構變化，或是用來驗證數值模式的模擬結果，應有一定程度的助益。

誌 謝

作者感謝在本文撰寫期間與中央大學大氣科學系陳台琦教授極富建設性的討論。審查者寶貴的建議與指正，也使得論文內容得以更加充實。本研究之經費支助來自行政院國家科學委員會 NSC 93-2625-Z-008-014，NSC93-2111-M-008-024-AP3，NSC 94-2625-Z-008-007 以及 NSC 94-2111-M-008-014-API 專題計畫。

參考文獻

- 鄧秀明、周仲島，1995：廣泛式速度方位顯示方法之誤差分析與其在梅雨封面雨帶的應用，*大氣科學*，**23**，123~145。
- Armijo, L., 1969: A theory for the determination of wind and precipitation velocities with Doppler radar. *J. Atmos. Sci.*, **26**, 570-573.

- Benjamin, S. G., B. E. Schwartz, E. J. Szoke and S. E. Koch, 2004: The value of wind profiler data in U.S. weather forecasting, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **85**, No. 12, 1871-1886.
- Browning, K. A. and R. Wexler, 1968: The determination of kinematic properties of a wind field using Doppler radar. *J. Appl. Meteor.*, **7**, 105-113.
- Caton, P. A. F., 1963: Wind measurement by Doppler radar. *Meteor. Mag.*, **92**, 213-222.
- Caya, D., and I. Zawadzki, 1992: VAD analysis of nonlinear wind field. *J. Atmos. and Oceanic Technol.*, **9**, 575-587.
- Holton J. R., 2004: An introduction to dynamic meteorology, 4th edition, Elsevier Academic Press, 535pp.
- Lhemitte, R. M., and D. Atlas, 1961: Precipitation motion by pulse Doppler. *Proc. Ninth Weather Radar Conf., Boston, Amer. Meteor. Soc.*, 218-223.
- Lu, Y. Y., R. J. Doviak, and C. Crisp, 1996: Estimating large scale Vorticity using VAD products and reflectivity. *J. Atmos. and Oceanic Technol.*, **13**, 1129-1138.
- Probert-Jones, J. R., 1960 : Meteorological use of pulse Doppler radar. *Nature.*, **186**, 271-273.
- Ray, P. S., C. L. Ziegler, W. Bumgarner, and R. J. Serafin, 1980: Single- and multiple-Doppler radar observations of tornadic storms. *Mon. Wea. Rev.*, **108**, 1607-1625.
- Shapiro, A., S. Ellis, and J. Shaw, 1995: Single-Doppler velocity retrievals with Phoenix II data: clear air and microburst wind retrievals in the planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 1265-1287.
- Srivastava, R. C., and T. J. Matejka, 1986: Doppler radar study of the trailing anvil region associated with a squall line. *J. Atmos. Sci., Meteor.*, **43**, 356-377.
- Tabary P., G. Scialom, and U. Germann, 2001: Real-time retrieval of the wind from aliased velocities measured by Doppler radars. *J. Atmos. and Oceanic Technol.*, **18**, 875-882

The Estimation of the Vorticity Profile Using the VAD Method and the Radar Reflectivity Data

Cheng-Chi Lee Yu-Chieng Liou

Institute of Atmospheric Physics, National Central University

(Manuscript received 21 March 2005 ; in final form 12 October 2005)

ABSTRACT

In this study the traditional Velocity Azimuth Display (VAD) method used for Doppler radar data analysis is further modified by combining it with a radar reflectivity conservation equation. With this modification, it becomes possible to estimate the vertical distribution of the vorticity, which is a quantity not recoverable with the original VAD formulation.

In order to validate the accuracy of this modified method, an idealized typhoon circulation is constructed using the Rankine vortex model. A detailed inter-comparison indicates that the retrieved results produced by this modified VAD method agree favorably well with the analytic solutions both qualitatively and quantitatively.

This newly modified method is then applied to analyze two real cases – Typhoon Nari (2001) and Typhoon Aere (2004). In the case of Nari, the vertical vorticity increases as the typhoon approaching the radar, which is similar to the results revealed by theoretic analyses. This experiment indicates that the application of the modified VAD to real case study is feasible. In the case of Aere, the increase of the horizontal convergence and the vertical vorticity is found to correspond or lead the appearance of a heavy rain fall. However, whether the structural changes can truly be used in a short-term predication requires more studies.

Key words : Velocity Azimuth Display , Vorticity , Short-term predication