

偵測時間序列之波譜演變

柯 互 重

國立高雄師範大學地理學系

(中華民國九十年八月十三日收稿；中華民國九十一年三月二十日定稿)

摘 要

本文將介紹一種呈現週期振盪波譜結構之方法---移動波譜法。此方法被用來探測時間序列之波譜隨時間變化的部份。首先以 4 個理想個案作測試，以顯示出移動波譜法對於簡單且理想化的時間序列能夠展現出其波譜結構。除此之外，本文另將針對實際個案中，隱藏在時間序列中之週期訊號作不同層面之偵測，並將比較均值化(Normalization)和顯著測試的波譜結構。經由比較之後，期望能引導出一種標準方式以作為偵測時間序列波譜結構之方法。

關鍵詞：週期振盪、波譜分析

一、前 言

自從第一次全球觀測實驗(First GARP Global Experiment, FGGE)之後，週期式振盪成爲引人興趣的課題。其中明顯之 30-60 天季內振盪吸引了不少學者從事這方面的研究，從此季內振盪成爲一熱門之研究主題。在這其中 Ko and Vincent(1995, 1996, 以下簡稱 KV1 和 KV2)以及 Kiladis and Weickmann(1992a,b)強調季內振盪中高頻波段(1 至 2 週振盪)的重要性。KV1 分析 1984 年 11 月至 1985 年 4 月位於南太平洋上空副熱帶風速極大區，並發現其呈現 1 至 2 週

之準週期振盪。文中使用合成法將此週期振盪呈現在合成圖及合成時間序列中，另外也探討風速垂直結構隨空間之變化。接著 KV2 進一步分析 4 個南半球夏季資料，並使用濾波相關法來展示此 1 至 2 週季內振盪之生命史，而所偵測的變數是高層副熱帶噴流。Kiladis and Weickmann (1992a,b)使用 OLR 以及風向量資料來檢視在季內振盪的波段中，熱帶對流如何影響中緯度環流，反之中緯度的影響力如何改變熱帶地區的環流。

上述文章皆著重在週期振盪之偵測及分

析，而其首重在偵測隱藏在時間序列中之潛在週期性。一般波譜分析僅能對單一時間序列計算出一波譜，然而週期性隨時間變化的結構較少有人討論。Lau and Weng(1995) 以及 Torrence and Compo(1998)對小波分析(wavelet analysis)提出詳細作法及測試方式。小波分析一般相信能呈現波譜隨時間變化趨勢。然而小波分析在選擇母波(mother wavelet)以及程序之複雜，皆存在一些不確定性及困難。例如不同母波可造成結果的差異。反之，一般富立葉分析之軟體已處處可得，若能稍加修正亦不失為一方便之工具。本文將介紹另一建立在富立葉分析的方法--移動波譜法(moving spectral method)以展示時間序列之波譜結構，及其隨時間變化的情形。第二節將介紹此方法之細節，並且以理想化個案測試此方法之可行性。第三節將以實際時間序列作測試，配合均值化及顯著測試來探討其實用性。最後在第四節檢討此方法。

二、使用方法介紹

通常波譜可用快速富立葉轉換(FFT)達成，然而 FFT 一般只能針對一時間序列運算而得一波譜。爲了深究具有多重時間尺度之現象其波譜隨時間變化之情形，本文提出將一長時間序列中取一段時間作爲操作長度。先對此操作長度之時間序列作波譜分析，再將此操作長度往下平移一時間間隔，再對此時間序列取波譜分析，以下依此類推，可得不同時間之波譜變化情形。此法類似滑動平均(running means)且圖 1 以圖形來描述此操作過程，即對同一操作長度但不同時間所組成之時間序列作波譜分析，最後將可組成一類似(Hovmoeller diagram)之波譜分析(如 KV, KV2 所示)，只不過橫軸改爲頻率

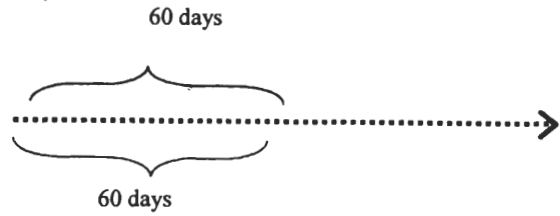


圖 1 計算移動波譜之示意圖。

(或週期)，圖中之等值線則分析波譜強度。透過此法，可使人展示長時間序列中各不同時段波譜變化情形。

爲了測試此法之可行性，本文先從理想化之時間序列出發，測試此方法對理想個案之反應。所選擇之個案有 4 個，皆與 Lau and Weng(1995)所使用者相似。圖 2 呈現此 4 種時間序列，皆代表氣候系統之特殊情形。其相對應之公式如下：

- 1) 振幅變化(Amplitude modulation)

$$S(t) = (1 + \cos\Omega t)\cos\omega t$$
 而 $\Omega = 4\pi/T$, $\omega = 32\pi/T$
- 2) 頻率變化(Frequency modulation)

$$S(t) = -\cos(\omega t - m \sin ft)$$
 而 $f = 2\pi/T$, $\omega = 32\pi/T$, $m = 5\pi$
- 3) 頻率突變(Abrupt change in frequency)

$$S(t) = \sin\omega_1 t \quad \text{for } t \leq T/2$$

$$S(t) = \sin\omega_2 t \quad \text{for } t > T/2$$
- 4) 脈衝(Abrupt change in time)

$$S(t) = (T/2 - t)\exp[-(T/2 - t)^2/\sigma^2]$$
 而 $\sigma^2 = 40$

爲了與以下之實際個案相比較，此時所有個案之時間序列長度皆爲 486，即 243 天(以 12 小時一次資料)，而所挑選之操作長度爲 120。

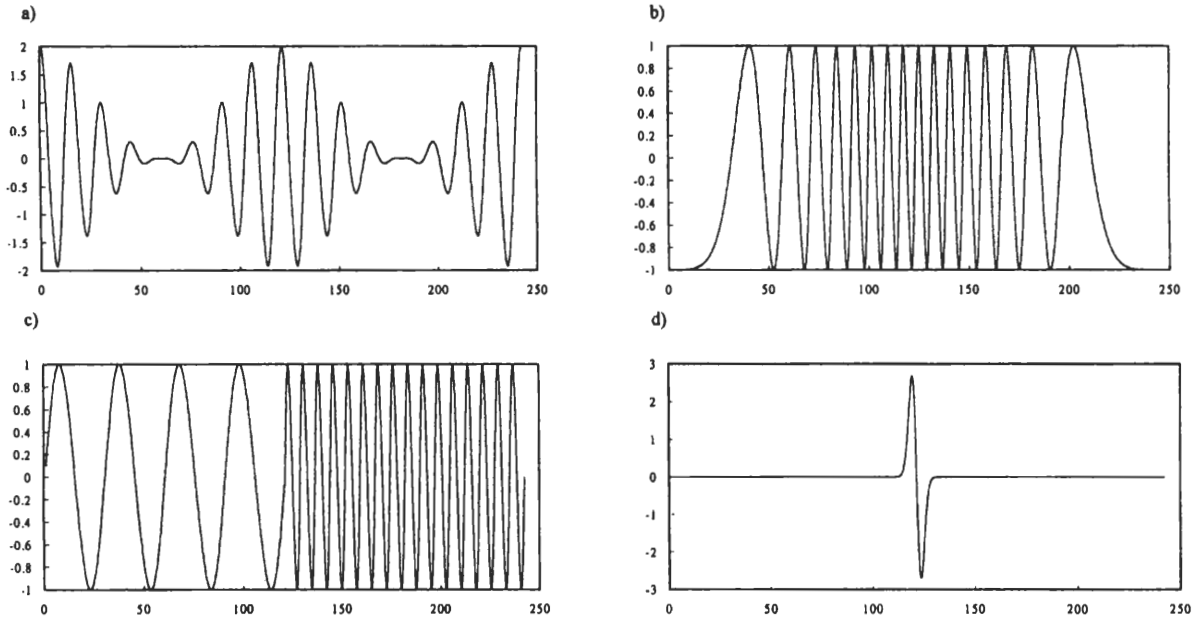


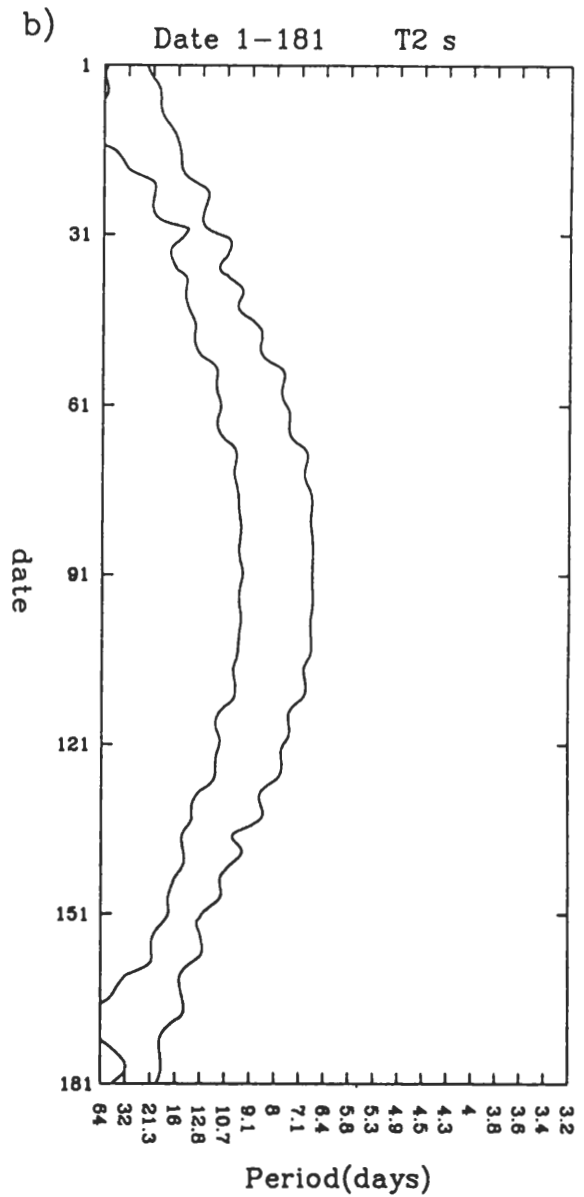
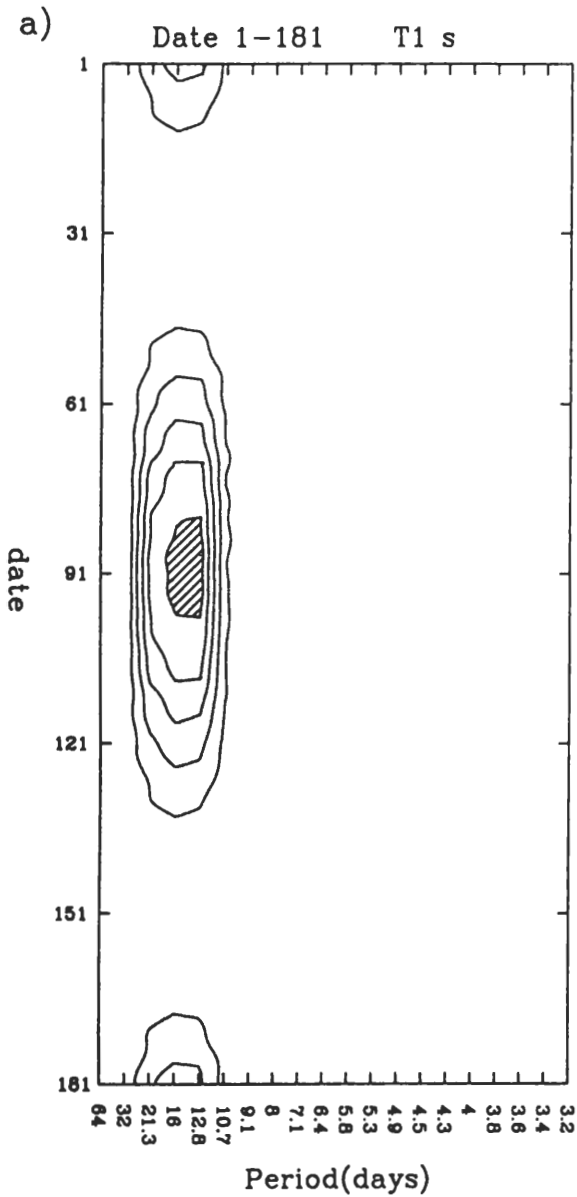
圖 2 理想化時間序列。其中 a)代表振幅變化，b)代表頻率變化，c)代表頻率突變，d)代表瞬間脈衝。橫軸為日數。

倘若使用移動波譜法，則前後部份時間將無法計算，所以只剩下 181 天之長度。其結果以圖 3 呈現。

上述 4 個個案中，第一個案代表 15 天週期振盪結合週期 4 個月之振盪（圖 2a），此個案之特色在於振幅大小會隨時間呈規律變化。圖 3a 即為此時間序列經移動波譜轉換後之結果。由圖 3a 可知此個案之能量主要集中在週期為 15 天之振盪，且其波譜密度最大處在以 15 天為週期之振盪，而此波譜密度之強度以 120 天為週期之振盪變化。另一代表典型氣候訊號者為第二個案（圖 3b），其特徵在於頻率隨時間逐漸改變，經移動波譜法轉換後，其波譜結構呈一弧形，表示其頻率呈弧形逐漸改變中。傳統波譜分析無法顯示此種波譜訊號，而移動波譜法可

清楚顯現波譜能量隨時間變化之趨勢

除了訊號的逐漸變化，氣候變遷的訊號中也可能有瞬間變化的情形。個案三和四分別代表頻率和時間上之瞬間鉅變（圖 3c 和 d）。其波譜結構呈現能量最強之頻率改變（如圖 3c），然而由於移動波譜法在針對某特定時間（日子）須同時考慮該時間之前及之後所形成之時間序列（即操作長度），使得此法面對瞬間鉅變皆以較平滑的方式處理。不過從圖 3c 中仍可看出，能量最強所在的頻率，由以 64 天為週期轉為以 8 天為週期的振盪。圖 3d 呈現一寬廣之 12.8 天振盪，那是因為（4）式中，*e*-folding 半徑約為 6 天，使整個時間序列擁有一長度約 12 天之脈衝，而移動波譜法攫取其能量而得約 12.8 天之振盪。



三、實際個案討論

本文所選擇之時間序列為 200 百帕區域平均之緯向風速及重力位高度，而時間是由 1986 年 11 月至 1987 年 4 月，所選擇的區域為 $20^{\circ}\sim 35^{\circ}\text{S}$ （緯向風速）和 $30^{\circ}\sim 45^{\circ}\text{S}$ （重力位高度），

$165^{\circ}\text{E}\sim 165^{\circ}\text{W}$ 。根據 KV2，此區域一般認為是高層噴流所在及中緯度槽/脊系統最活躍的區域。在進行波譜分析前，30 天滑動平均已被減去以便移除季節變化。此部份在柯（2001）中有深刻的討論。為了移除 30 天滑動平均及使用移動波譜法，1986 年 10 月及 1987 年 5 月的資

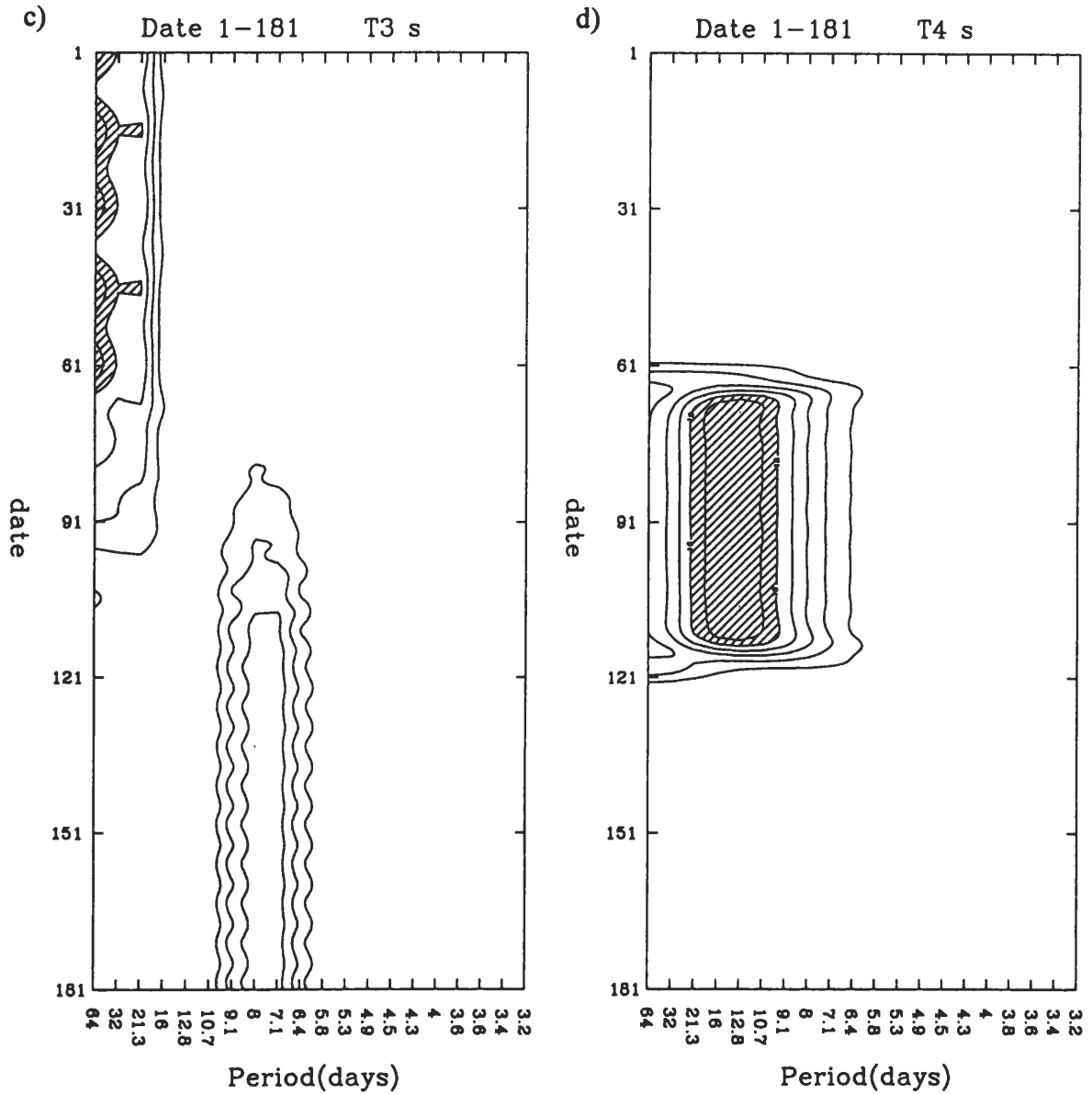


圖 3 理想化時間序列(如圖 2)之移動波譜。其中等值線之間距 a)與 b)為 10，c)為 5 而 d)為 2。斜線區域 a)與 b)為高於 50，c)為高於 20，d)為高於 10。

料亦被包含在時間序列中，以方便計算。

圖 4 為 1986 年 10 月至 1987 年 5 月之緯向風速和重力位高度之時間序列。值得注意的是，

上下振盪的振幅似乎有越來越大的趨勢，這有可能是因 5 月已近南半球冬天，使風速漸增強。雖然季節變化已移除，但此振幅（能量）之季節變化卻仍保留在時間序列中。

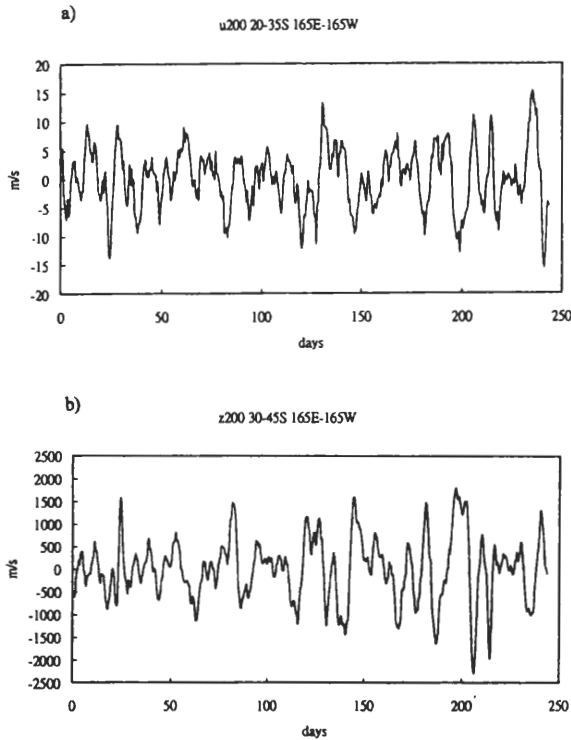


圖 4 1986 年 10 月至 1987 年 5 月 200 百帕緯向風速和重力位高度之時間序列。30 天滑動平均已移除。

另一值得注意的是，緯向風速與重力位高度間存在一良好之負相關。這一點可能與 KV2 以及柯 (2001) 中所探討之中低緯交互作用有關，槽/脊系統由中緯度向北侵入與低緯地區，以加強氣壓梯度方式增強/減弱副熱帶噴流。特別值得一提的是，此噴流之週期性侷限在 7 至 30 天。

圖 5 為 200 百帕緯向風速與重力位高度之移動波譜。首先選定以 60 天為操作長度，此操作長度之選擇乃根據 Vincent et al(1991)使用大於所研究之週期性振盪週期 3 倍以上之長度來偵測其週期性。針對每 60 天操作長度，以 FFT 將其轉換至波譜空間，在此之前線性趨勢已移

除，而時間序列之前後邊緣也經 tapering 修正。除此之外，波譜亦經 3 點滑動平均處理 (如 KV1)。如圖 5 所示，波譜之能量在進入 1987 年 2 月中之後相對地較強。此點與圖 4 相符。

由於上述波譜之能量仍存在隨季節轉變之差異 (在時間序列移除季節變化之後)。此乃因為時間序列所移除者為季變化趨勢，而波譜能量無法因此消除。為此，只好另尋他法來解決，而均值化(normalization)可考慮為一良好解決之道，其方法為將各操作長度所得之波譜除以此操作長度之總波譜能量(按各頻率之波譜密度增加總面積)，圖六即為均值化之移動波譜。明顯地，波譜能量已無隨季節變化的情形，且季內振盪訊號似乎較顯著且連貫。

為了進一步探討這些季內振盪是否顯著，圖 6 之移動波譜經由 Mitchell(1966)所提之紅噪 (red noise) 假設及統計上之卡方(chi-squared)分配來形成顯著測試標準。一般傳統波譜分析皆依此假設建立顯著階層以測試波譜訊號之顯著性，基本上紅噪背景為大氣資料中普遍存在之波譜背景(即波譜能量集中低頻訊號)，倘若將波譜減去以紅噪背景所建立之顯著階層，即是以紅噪背景為波譜密度間比較之基準，如此則可修正一般波譜中，低頻能量始終高於高頻能量之情形，而突顯高頻訊號之重要性。對於每一操作長度所形成之波譜皆可計算出一顯著階層 (significance level)，圖 7 即為移動波譜減去 99% 顯著階層之結果。為了避免模糊焦點，只有正值才展現在圖上。由圖七可知，高頻訊號呈現地較為突出，尤其是 1986 年 11 至 12 月間重力位高度之移動波譜顯然有較明顯之改變。其中 4 至 6 天振幅基本上在圖 6 是不存在的，而在圖 7

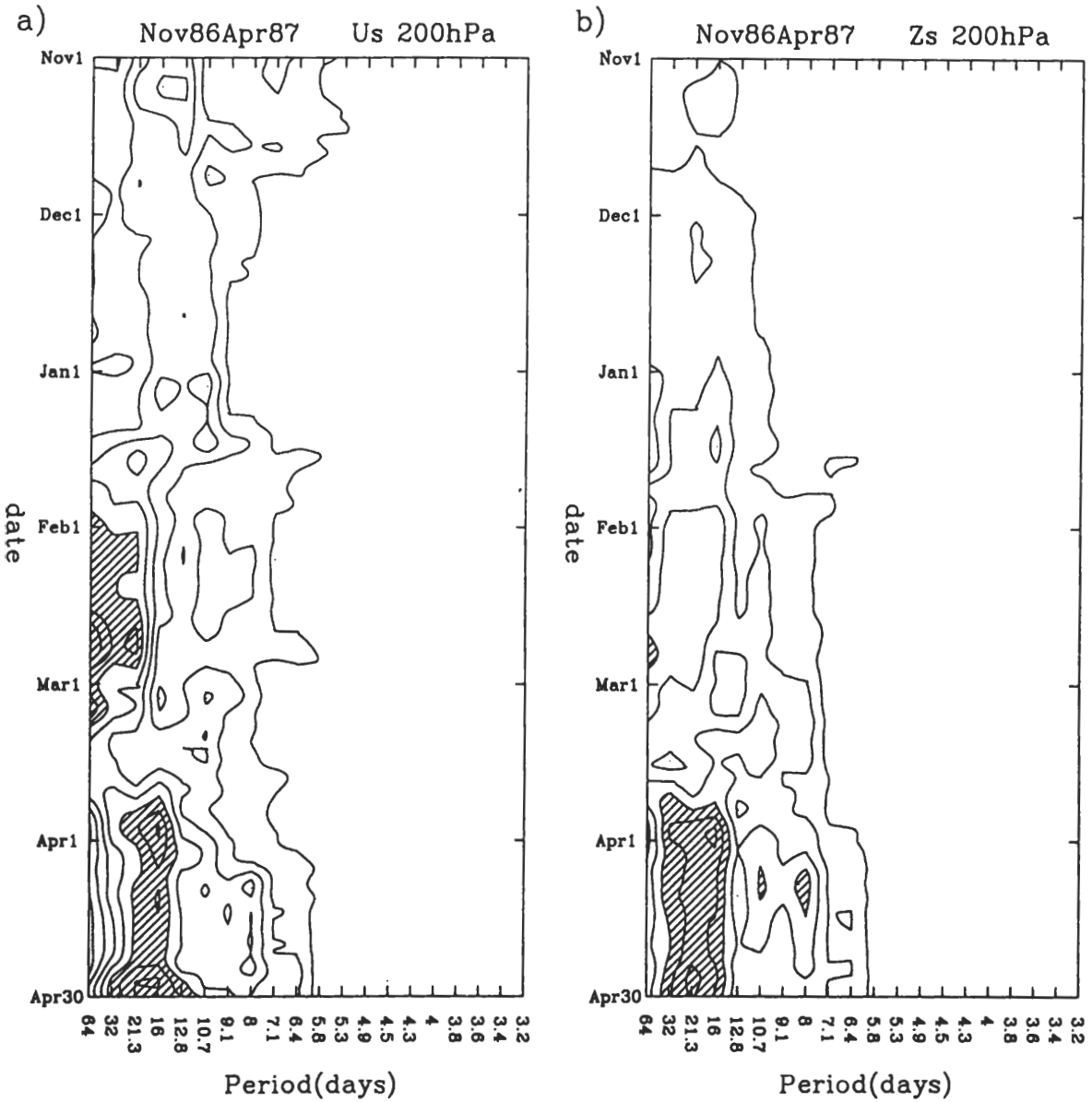


圖 5 實際個案(如圖 4)之移動波譜。等值線之間距緯向風速為 $100\text{m}^2/\text{s}^2$ ，重力位高度為 $3 \times 10^6 \text{m}^2$ 。
 斜線區域對緯向風速為高於 $500 \text{m}^2/\text{s}^2$ ，對重力位高度為 $1.2 \times 10^7 \text{m}^2$ 。

中卻很明顯。除此之外，12 天振盪則非常明顯，且一致地存在於緯向風速及重力位高度間，直到 1987 年 1 月才轉變為較高頻的 9 天振盪。儘管如此，12 天之振盪仍始終維持一定能量。

另一種測試訊號顯著程度的方法為計算'顯

著比(significance ratio)'，將波譜能量除以 99% 顯著階層即得顯著比。倘若波譜能量高於顯著階層甚多，部份原因可能是基於大氣訊號中所擁有之紅噪特性-----即波譜能量分佈低頻部份較強而高頻部份較弱。使用顯著比的特色除了顯

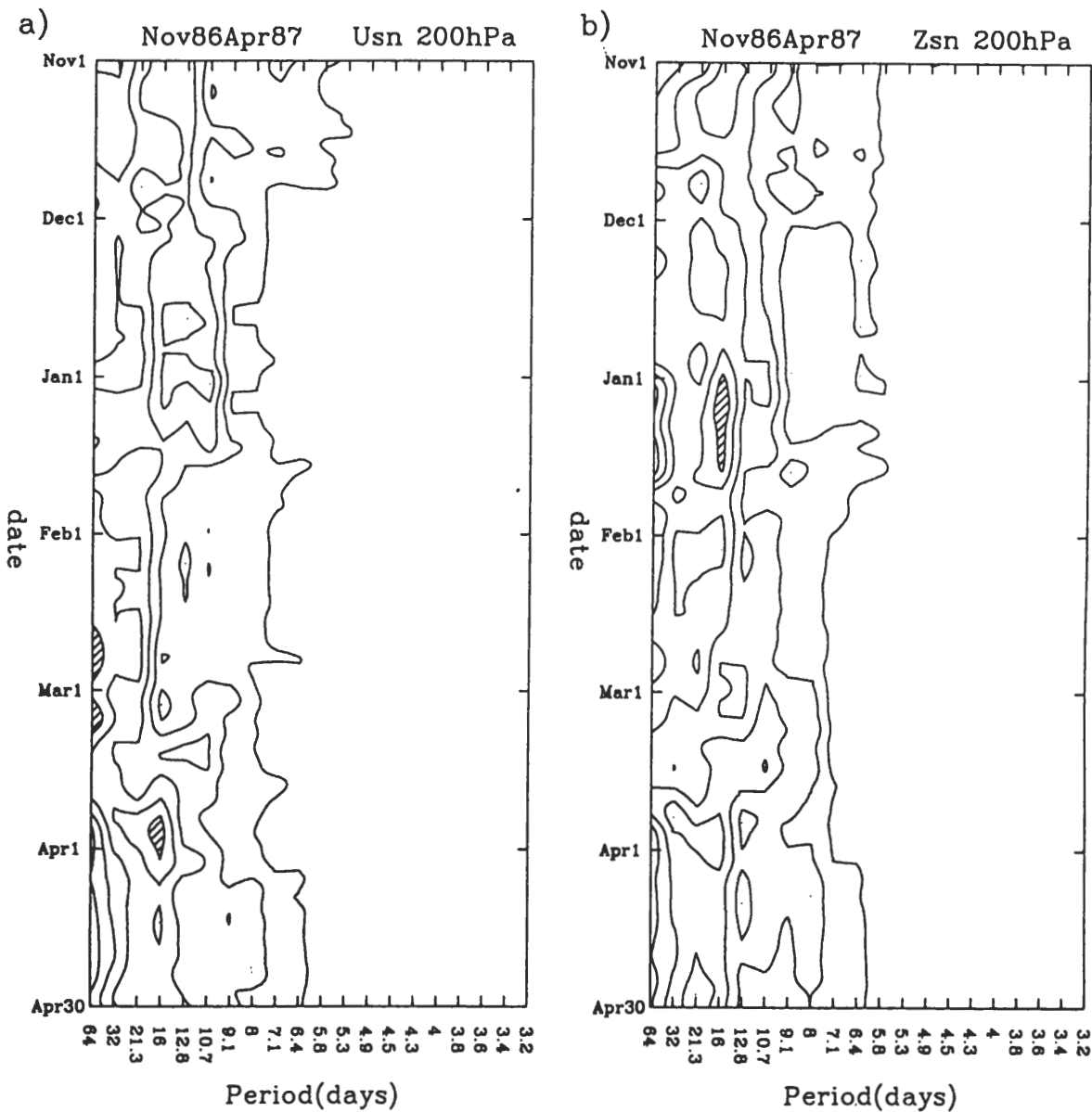


圖 6 同圖 5 而加上均值化處理。等值線之間距對緯向風速與重力位高度均為 0.04。斜線區域為高於 0.2。所有數字皆無因次(non-dimensional)。

示波譜高峰高於顯著階層外，另將突顯其相對於 99%顯著階層所高出的比例(倍數)。圖 8 即顯著比隨時間變化情形。為避免混淆，只畫出顯著比大於 1 之區域(即波譜能量高於顯著階層的區域)。圖八之型態類似圖 7，但明顯不同的

是高頻訊號較圖 7 強。由此可知此方法對於各頻率間相對顯著訊號較為公平，換言之即波譜之基準面(99%顯著階層)能充分反應針對於各頻率之波譜能量相對重要性。

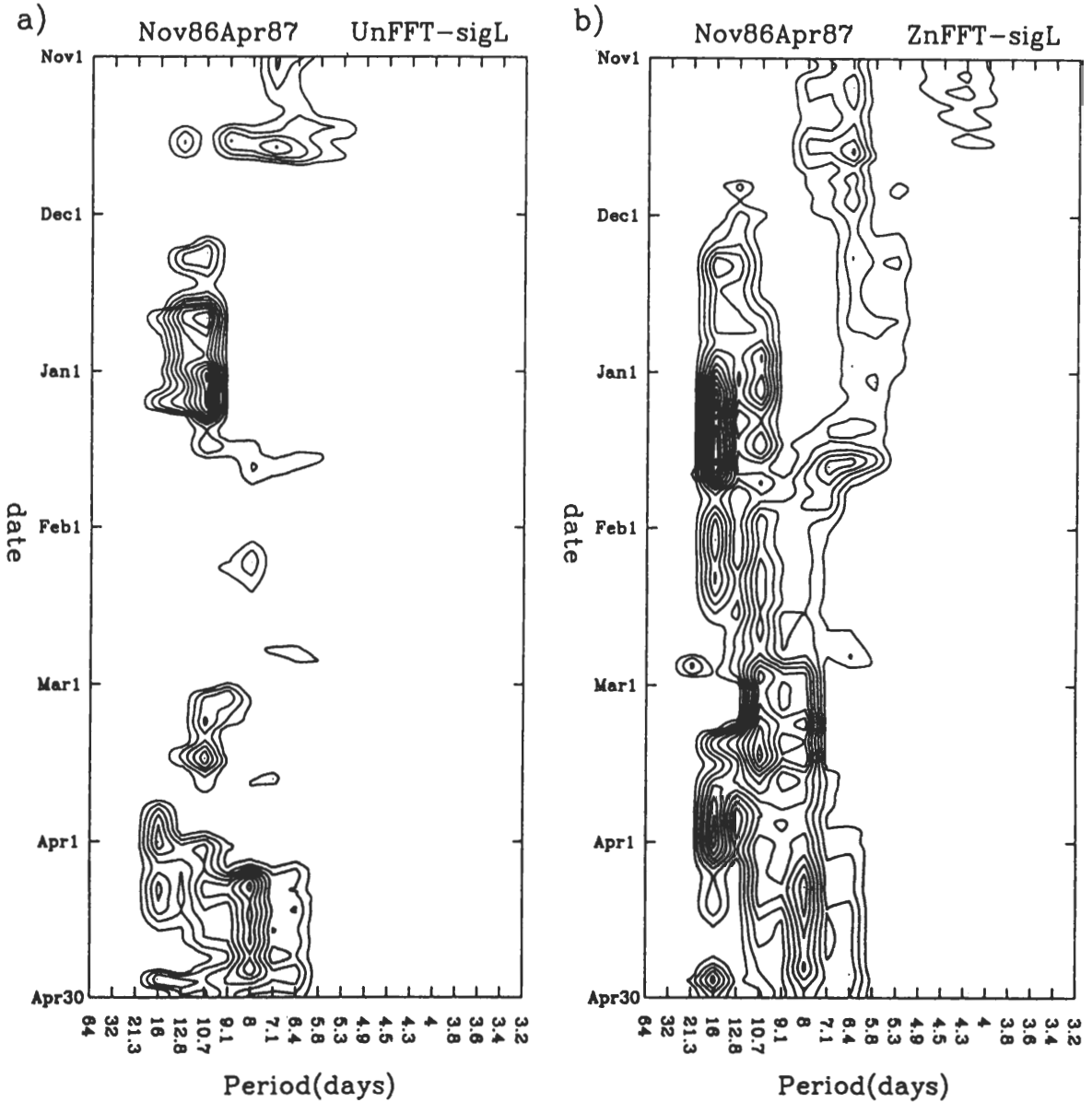


圖 7 同圖 6 而加上統計測試。其中已減去 99%紅噪顯著階層(significance level)且只畫正值部分。等值線之間距對緯向風速與重力位高度均為 0.01。所有數字皆無因次(non-dimensional)。

四、討 論

本文之目的在於提供一簡易方法以針對有興趣之週期性振盪作時間序列分析，其重點在於呈現波譜隨時間變化及其測試方法。首先由

理想個案出發，嘗試了解週期性振盪之波譜能量隨時間變化的情形。對理想個案而言，大致上能達此目的。主要的缺點為此法類似滑動平均，對於訊號之處理常會有平滑 (smoothing) 作用。

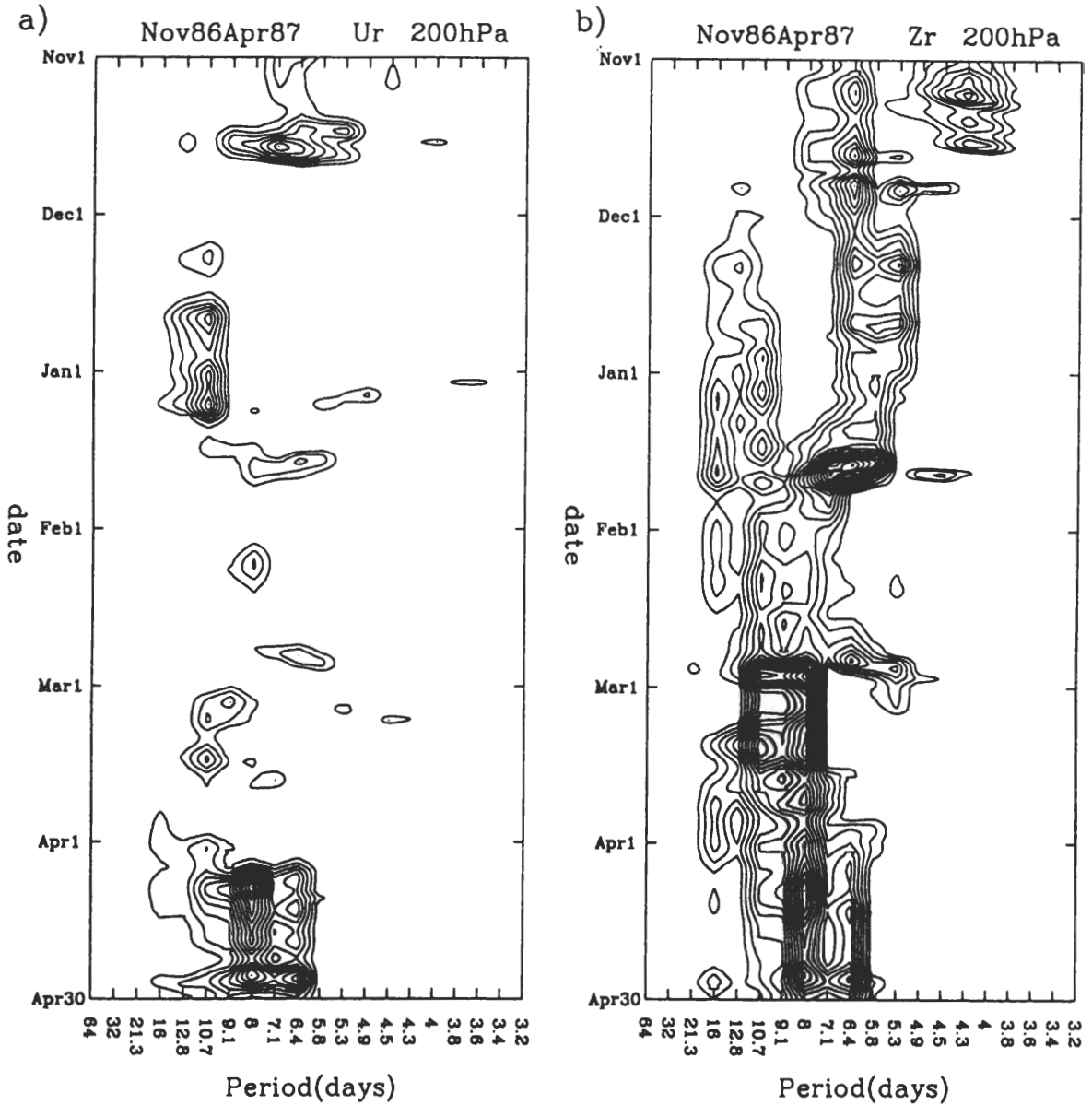


圖 8 顯著比(即波譜除以 99%紅噪顯著階層)。等值線之間距對緯向風速與重力位高度均為 0.2。只畫數字大於 1 的部分。

針對實際個案而言，儘管一開始，移動波譜可能很亂，且波譜能量會隨季節改變而變化。透過均值化過程可消除波譜能量隨季節變化的情形。另外透過顯著測試，移動波譜法也可突顯隱藏在時間序列中之週期性振盪的訊號。由

1986 年 11 月至 1987 年 4 月的個案可知，一開始可能有兩種不同的高頻訊號，一在 4 至 6 天，另一在 12 天，到 1987 年 1 月，此兩分支逐漸合併，使顯著訊號界於 9 至 12 天左右。一般時間序列中，可能同時存在各種不同週期的訊號，

透過移動波譜可進一步分析其隨時間之變化情形。本文提供之方法---移動波譜法與小波分析同樣可呈現波譜隨時間的變化。此二方法乃建立在不同基底函數(base function)下所衍生之方法，即移動波譜法以正弦、餘弦為基底，而小波分析以所選之母波為基底。兩種方法皆存在其主觀性，如移動波譜法須選擇平滑函數，而小波分析須選擇母波。一般而言，統計方法大多用在尋找規律性或驗證理論方面。本文採用之移動波譜法在內容之簡單易了解及測試之完整，相信可用來作為時間序列分析方面，偵測不同時期之顯著振盪的良好方法。

致 謝

本文得以完成，感謝台灣大學大氣科學系許晃雄教授提供資料及計算器之協助。兩位審查者之意見使本文部份內容描述地更完美，在此一併致謝。作者感謝黃琬雯小姐協助打字及整理圖表，本文由國科會計畫 NSC88-2111-M-017-001 資助完成，特此致謝。

參考文獻

- 柯互重，2001：南太平洋上空副熱帶噴流距平之波譜結構：以1986年11月至1987年4月為例。大氣科學，**29**，97-108。
- Kiladis, G.N., and K.M. Weickmann, 1992a: Circulation anomalies associated with tropical convection during northern winter. *Mon. Wea. Rev.*, **120**, 1990-1923.
- , and -----, 1992b: Extra tropical forcing of tropical Pacific convection during northern winter. *Mon. Wea. Rev.*, **120**, 1924-1938.
- Ko, K.-C., and D.G. Vincent, 1995: A composite study of the quasi-periodic subtropical wind maxima over the South Pacific during November 1984-April 1985. *J. Climate*, **8**, 579-588.
- , and -----, 1996: Behavior of one to two week summer time subtropical wind maxima over the South Pacific during an ENSO cycle. *J. Climate*, **9**, 5-16.
- Lau, K.-M., and H.-Y. Weng, 1995: Climate signal detection using wavelet transform: How to make a time series sing. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **76**, 2391-2402.
- Mitchell, J.M., Jr., 1966: Climate Change. Tech. Note No.79, World Meteorological Organization, Geneva, 36-42.
- Torrence, C., and G.P. Compo, 1998: A practical guide to wavelet analysis. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **79**, 61-78.
- Vincent, D.G., T. Sperling, A. Fink, S. Zube, and P. Speth, 1991: Intraseasonal oscillation of convective activity in the tropical Southern Hemisphere: May 1984-April 1986. *J. Climate*, **4**, 40-53.

Detecting the Temporal Structure of a Time Series

Ken-Chung Ko

Department of Geography, National Kaohsiung Normal University

(Manuscript received 13 August 2001 ; in final form 20 March 2002)

ABSTRACT

This study introduces a method in analyzing the temporal structure of quasi-periodic oscillations. The idea of the moving spectra will be adopted to study the temporal variation of a time series. The objective of this study is to look at different aspects of the spectral methods in order to detect the periodicity that could be hidden in regular spectra. Results show dramatic changes after applying normalization procedures and statistical tests to the moving spectra. Four idealized cases tested by the moving spectral method reveal that the moving spectral method can transform the time series into the spectral structure.

Key words : Periodic oscillations, Spectral analysis