

# E- $\epsilon$ 紊流閉合的多層邊界層參數化 之數值研究

汪 鳳 如

中央氣局資訊中心

(中華民國八十一年五月二十日收稿；中華民國八十一年七月二十七日定稿)

## 摘 要

E- $\epsilon$  方法為一最經濟的高階(一階半)紊流閉合方法,此方法僅增加二個預報變數即 TKE (紊流平均動能)和  $\epsilon$  (紊流平均動能消散率),用以參數紊流傳遞係數。包含 E- $\epsilon$  多層邊界層參數化方法的單點模式,分別在穩定與不穩定二種熱力環境下測試,目的在瞭解 E- $\epsilon$  方法使用向前顯性積分格式及向後隱性積分格式,在不同時間積分間距配置下的表現。測試結果顯示,向後積分格式其間距達 600 秒時引起之誤差,甚至小於向前積分格式配合 150 秒的結果。所以對要做長時間積分的全球模式而言, E- $\epsilon$  方法與向後積分格式的搭配,將是一比較有效率的組合。以此搭配和 600 秒的間距對實際 MONEX 79 實驗資料做模擬,並與 Holt and Raman (1988) 的結果相比,其對實際邊界層特性的掌握能力是可確認的,而因為向後積分格式的數值特性所造成之低估現象,則須與其他物理過程相連結後再進一步分析。

關鍵詞：邊界層，向後積分格式，向前積分格式。

## 一、前 言

行星邊界層為控制大氣和地表相互作用的重要角色,邊界層中的擾動主宰了低層動量、熱量及水汽的分布,所以合理的行星邊界層參數化,在數值模式發展中日受重視。

一般大尺度模式中,邊界層的處理可分為二類,第一類是視邊界層為單獨一層,此方法是對邊界層作用作整體估計,所以只能得到邊界層的平均結構。目前國內中央氣象局的全球及區域作業預報模式,便是採用此種“Bulk formula”(Deardorff, 1972)。“Bulk formula”的預報變數為邊界層厚度及邊界層頂不連續差值(jump),此二變數均沒有實際觀測資料

可提供為預報初始場,誤差會隨時間累積無法得到修正,影響預報品質。

第二類則為多層邊界層參數法,此方法考慮了紊流傳送對每層的影響,邊界層的內部結構因此可解析,但是平均場變數的預報式子裏,也因而多了一個表示次網格紊流效應的協方差變數,使得模式大氣的控制方程組不閉合(closure),因此多層邊界層參數法演變為尋求紊流封閉的問題。

就目前的模式發展趨勢,邊界層參數法中使用最廣的是介於一階及二階封閉之間的一階半封閉方法,這也似乎是現階段最適當的取擇。Holt and Raman (1988) 曾發表其模擬實驗結果,指出 E- $\epsilon$  方法對邊界層的模擬超越其餘一階半的 TKE (Turbulence

Kinetic Energy)紊流封閉方法。E-ε方法仍是建立於一階的K-理論(K-theory)假設之上，假設紊流通量和平均場的梯度成比例，但是其中的紊流傳遞係數(K)不再使用定值，而改以預報變數TKE(紊流平均動能)和ε(紊流平均動能消散率)表示。此方法僅增加了二個預報式，比二階封閉方法精簡許多同時較一階封閉方法更向物理真實性趨近。

此方法在理論上雖已較趨物理真實性，但實際應用於數值模式時，數值方法的配合是影響其結果之重要關鍵。近年來，以E-ε方法對大氣邊界層作參數已被成功的應用於數值天氣模擬，例如海上邊界層噴流的發展(Gerber et al., 1989)及海岸旋生(Holt et al., 1990)，但後者仍僅限於區域研究模式的應用。當應用範圍從區域研究模式擴展至全球作業模式時，數值條件勢必有所轉變，例如積分時間加長，積分間距增大，使得E-ε方法須有適當的積分格式配合。所以，本文將就數值方法的使用及時間間距的選取作一系統性的分析。文章第二部分先對包含E-ε紊流閉合法的一維邊界層模式作介紹，接下來在第三部分以二組不同穩定度的熱力環境，分別測試在不同積分格式與積分間距之搭配下E-ε方法的表現。第四部分以MONEX 79實驗之探空資料作數值模擬，並與Holt and Raman (1988)的結果比較，最後是本文的結論。

## 二、模式描述

在本文中，一維模式被選取以測試紊流閉合法的表現。模式除考慮紊流在垂直方向的傳送交換，並加上科氏效應及氣壓梯度力。水平方向的平流及擴散在此均假設為零。

模式系統包括U, V, θ, Q四個平均場的預報式：

$$\frac{\partial U}{\partial t} - f(V - V_g) = \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{(2)} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + f(U - U_g) = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial V}{\partial z} \right) \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_h \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_h \frac{\partial Q}{\partial z} \right) \quad (1.4)$$

其中U, V分別為東西方向及南北方向平均風

速，θ為位溫，Q為混合比。模式中的氣壓梯度力是以地轉風( $U_g$ 及 $V_g$ )表示，同時紊流垂直傳送的通量也以K-理論假設作了簡化，以紊流傳遞係數(K)和平均場垂直下梯度表示，其中傳遞係數又區分為動量傳遞係數( $K_m$ )和熱量傳遞係數( $K_h$ )。

模式使用E-ε方法，亦即以紊流平均動能(E)及紊流平均動能消散率(ε)的預報值來表示紊流傳遞係數，因此更能描述紊流的特性。經由Prandtl-Kolmogorov假設(Monin and Yaglom, 1971)

$$K_m = C_1 \ell E^{1/2}$$

和Kolmogorov提出的關係式(Detering and Etling, 1985)

$$\varepsilon = C_e E^{3/2} / \ell$$

可得到動量紊流傳遞係數和E, ε關係式：

$$K_m = C_2 E^2 / \varepsilon, \quad C_2 = 0.026 \quad (2)$$

其中ℓ為紊流長度尺度， $C_1$ 及 $C_e$ 均為常數。經由(2)式求得動量傳遞係數( $K_m$ )後，由eddy Prandtl number  $\phi_h / \phi_m = K_m / K_h$  (Businger, 1973)，則其熱量傳遞係數( $K_h$ )也可得到。

而紊流平均動能(E)預報式可經由運動方程式導出(Monin and Yaglom, 1971)。E被定義為 $\left(\frac{U'^2 + V'^2 + W'^2}{2}\right)$ 。

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} = & K_m \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{g}{\theta} K_h \frac{\partial \theta}{\partial z} \\ & + C \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial E}{\partial z} \right) - \varepsilon \end{aligned} \quad (3)$$

等號右邊第一項為風切產生項，第二項為浮力產生項，其貢獻為正或負是由熱力環境決定，第三項為紊流傳遞項其中C為常數1，第四項為消耗項。動能消散率的預報式(Wyngaard, 1975)如下：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = & C_3 \frac{\varepsilon}{E} [-U'W'] \frac{\partial U}{\partial z} - V'W' \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{g}{\theta} W'\theta' \\ & - C_4 \frac{\varepsilon^2}{E} + C_5 \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

等號右邊三項分別表示，ε的產生項，ε的破壞項及ε的傳遞項。而(4)式中的係數(Detering and Etling, 1985)分別為

$$C_3 = 1.38, C_4 = 1.9, C_5 = 0.77$$

邊界層效應的處理除了較外層(the outer layer)部分，另外在靠近地表的地面層(surface layer)視為定

通量層是以相似理論(Monin and Obukhov, 1954)處理，為模式大氣中的最底層(約44m)。

### 三、積分格式的選取測試

邊界層參數方法其主要精神即是在處理紊流擴散的效應，可以看到四個平均場預報式 ((1.1) — (1.4)) 都包含擴散的物理過程，紊流平均動能( $E$ )及其消散率( $\epsilon$ )的預報式也都牽涉到變數本身的擴散。就擴散項而言，Pielke (1984)已作過一系列之數值格式分析，其中分為隱式格式和顯式格式。最簡單的一種為顯式向前積分格式(forward scheme)，但此格式有數值線性不穩定的問題，積分間距有一定的限制。另外一類隱式格式(implicit scheme)其一般通式為

$$h^{n+1} - h^n = \Delta t(\alpha F^n + \beta F^{n+1}), \quad \alpha + \beta = 1$$

此種方法須要用到未來時間的資訊，所以牽涉到解矩陣的問題，但很幸運的擴散方程的矩陣化簡後為tridiagonal matrix，在計算上並不會較繁複。同時，隱式格式應用於擴散方程時，較不會有數值不穩定的問題，理論上應可容許較大的積分間距。但積分間距加大後還必須考慮準確度的問題；(5)式中 $\beta$ 為1時則格式為向後積分格式(backward scheme)，其準確度只有一階(蔡等，1990)，當 $\alpha$ 與 $\beta$ 各占0.5時稱為Crank-Nicholson scheme (Pielke, 1984)，其準確度雖有二階，但在不等網格間距及K值不是常數下，並不是無條件穩定(unconditionally stable)，積分間距將因而受限。

另外，在本模式的整個邊界層效應處理過程中，平均場與平均紊流動能及其消散率之間的相互回饋，為一非常複雜的非線性關係，其中紊流擴散係數甚至與紊流動能的二次方及其消散率的負一次方相關。所以，數值格式在單一擴散項的表現尚不足以推斷其在E- $\epsilon$ 參數方法中的整體影響；究竟使用何種格式最適當及能選取多大的積分間距，都必須藉助實際的測試來決定。

初階段測試首先選取了三種隱式格式，它們對 $F^{n+1}$ 的權重即 $\beta$ 值分別為1, 0.75及0.5，每一種格式都分別以150秒，450秒，600秒及900秒不同積分間距作了測試，圖1-a為三種格式積分一小時後，對低層(6層)紊流傳遞係數所作的RMS (Root Mean Square)

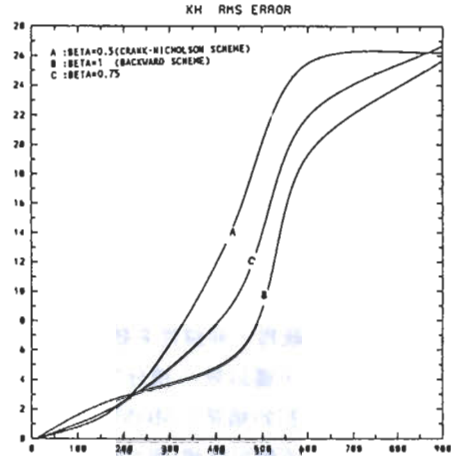


圖1(a) 三種積分格式對不同積分間距(橫座標)積分一小時的熱量紊流傳遞係數之RMS ERROR(縱座標)，單位為 $m^2/s$ 。

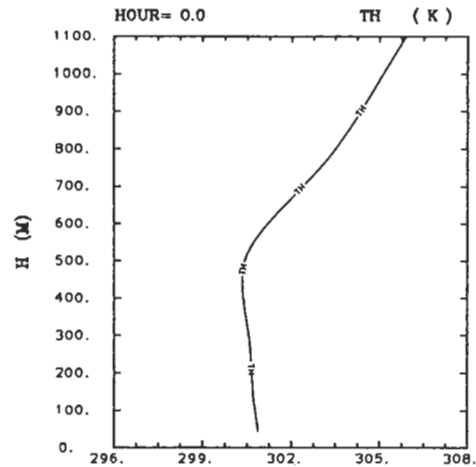


圖1(b) 不穩定初始位溫場。

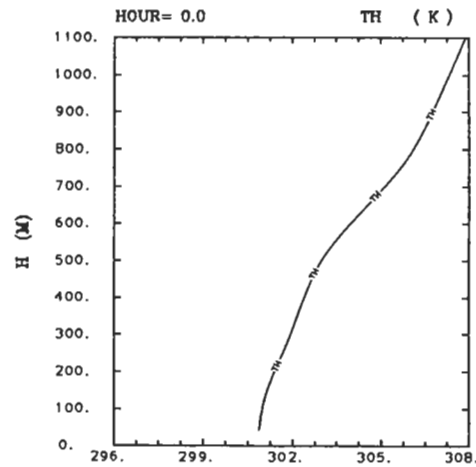


圖1(c) 穩定初始位溫場。

ERROR計算，計算中的參考平均值是以15秒積分間距及Crank-Nicholson scheme ( $\beta = 0.5$ )之結果為標準。從圖上可清楚看到，積分間距很小時向後積分格式的誤差最大，但隨積分間距增大向後積分格式反而變得誤差最小，由此推知向後積分格式基本上是比较符合需求的選擇。

以下即對向後積分格式及向前積分格式作深入比較，檢視此二種方法在不同熱力環境下的實際差異。由於本模式系統為一非線性系統，無法得到解析解作為比較標準，僅以較小積分間距(15秒)的情況當作測試標準。初始場是以MONEX 79實驗資料調整而成，一組為不穩定結構(圖1-b)，另一組為穩定結構(圖1-c)，以此二組資料代表大氣的二種典型分布。模式在垂直方向是採取 $\sigma$  ( $\sigma = P/P_s$ )座標，分為20層，其中700mb以下有9層，900mb以下有5層(表一)。模式下邊界設為海洋，積分過程海面溫度保持 $29^\circ\text{C}$ ，海面粗糙長度則以Charnock's relation (Clarke,

1970) 關係式計算  $Z_0 = 0.032 \times U_*^2/g$ ，其中 $U_*$ 代表表面摩擦速度(surface friction velocity)及 $g$ 代表重力加速度。

### (A) 向前積分格式

Pieke(1984)曾做過分析，在擴散方程中 $K\Delta t/\Delta z^2$ 大於 $1/4$ 時，向前積分格式會使 $2\Delta z$ 的波產生振盪，大於 $1/2$ 時甚且造成線性不穩定。因此紊流傳遞係數( $K$ )會隨積分間距( $\Delta t$ )與垂直間距( $\Delta z$ )的改變而有不同上限。積分間距愈大，其上限值愈小，愈近地面分層愈密，其上限值也愈小。表二為積分間距150秒情況下，紊流傳遞係數上限值的垂直分布，其值由最低層的接近1至高層的10，顯見數值不穩定的問題最容易在低層發生。以下我們以實際測試來進一步了解此種數值特性產生的影響。

圖2-a為從不穩定初始場，以15秒的間距積分4小時後，低層位溫的垂直分布，圖中可見500公尺以下

表一 模式垂直分層

level	sigma	height(m)	pressure(mb)
1	0.01	30748.4	10.08
2	0.04	22020.0	40.32
3	0.075	18341.1	75.60
4	0.155	14043.6	156.24
5	0.20	12409.2	201.60
6	0.24	11192.3	241.92
7	0.285	10000.0	287.28
8	0.3475	8558.9	350.28
9	0.4225	7086.8	425.88
10	0.51	5621.1	514.08
11	0.61	4186.2	614.88
12	0.6975	3084.1	703.08
13	0.7725	2228.3	778.68
14	0.835	1566.7	841.68
15	0.88	1114.8	887.04
16	0.915	776.5	922.32
17	0.945	495.8	952.56
18	0.97	267.7	977.76
19	0.985	133.1	992.88
20	0.995	44.2	1002.96

\* sea-level pressure (ps) is 1008 mb

\* sigma= p/ps

表二 紊流傳遞係數垂直分布

level	K(max) unit: m**2/s
1	63489.410
2	22002.200
3	7208.564
4	2225.817
5	1234.209
6	1184.559
7	1718.249
8	1807.976
9	1792.358
10	1718.096
11	1013.269
12	611.164
13	365.196
14	170.376
15	95.255
16	65.291
17	43.114
18	15.085
19	6.590
20	1.632

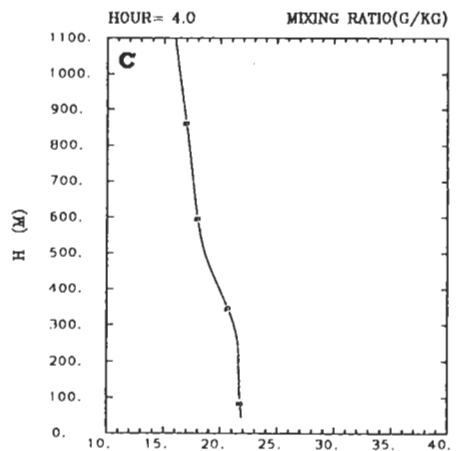
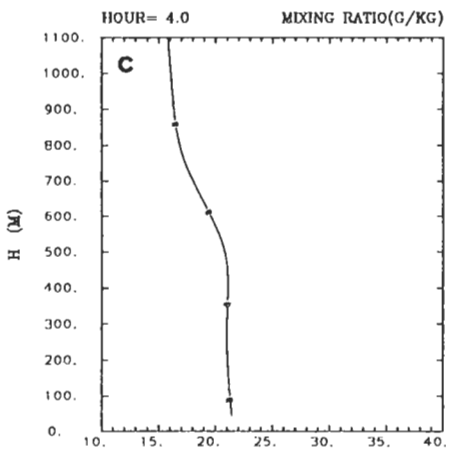
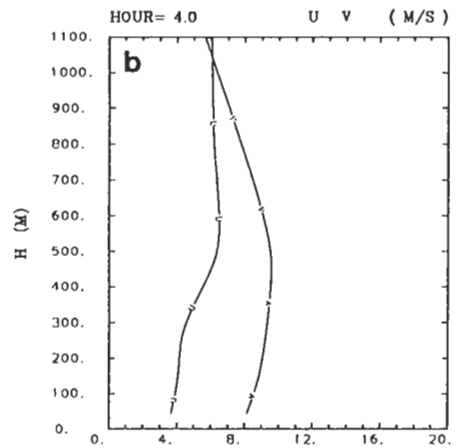
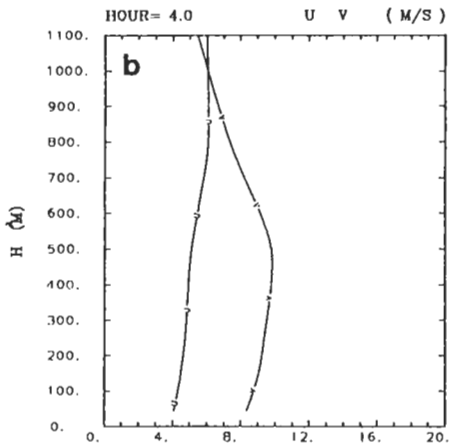
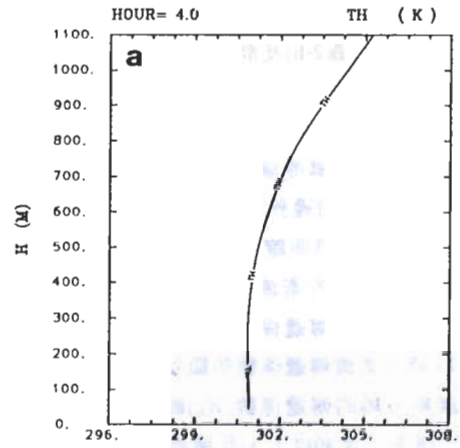
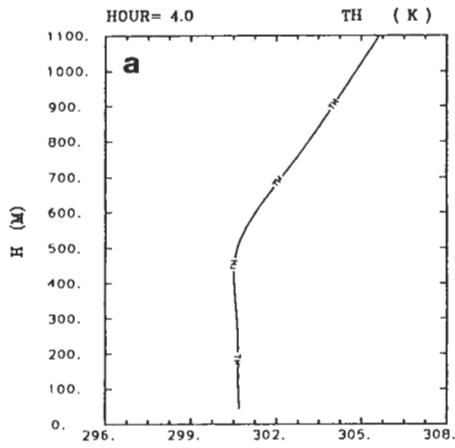


圖2(a)-2(c) 不穩定初始場以15秒間距及向前積分格式積分4小時之位溫、水平風場、混合比低層結構。

圖3(a)-3(c) 同圖2，但為150秒間距。

的位溫在垂直方向混合均勻，呈現輕微不穩定的現象。同時風場(圖2-b)及混合比(圖2-c)的低層分布也都顯示了500公尺以下的混合結構。相對於同樣的初始場，但積分間距增為150秒時，其積分4小時後的位溫、風場及濕度場低層結構示於圖3，從圖上可看到，此個案的邊界層約為400公尺，明顯低於前面個案之發展。為明瞭此差異，我們進一步分析直接影響垂直混合的紊流傳遞係數，圖4-a及4-b分別為二個案之紊流傳遞係數分布，積分間距增為150秒(圖4-b)時，紊流傳遞係數明顯受到數值的人為限制，有關熱力場的傳遞係數( $K_h$ )最大只達20，而間距15秒的個案可達40以上，此種差異完全是為維持數

值穩定而加設之上限造成，因此影響了邊界層正常的發展。另外在通量場也有很大的差異，圖5為二個案之熱通量垂直分布，積分間距15秒時(圖5-a)，其通量場為典型線性結構，而圖5-b顯示的結構則因100尺左右通量數值特別小而呈現垂直振盪，究其原因乃靠近地面其紊流傳遞係數設限最嚴，此不自然的設限因而影響了通量場的正常結構。就數值來看，因為150秒間距的邊界層發展較低，地表可感熱通量因而減少，如此又更減小了邊界層發展的潛力。

穩定初始場對二積分間距的差異則可從圖6及圖7比較得知，15秒間距時位溫場、風場及濕度場(圖

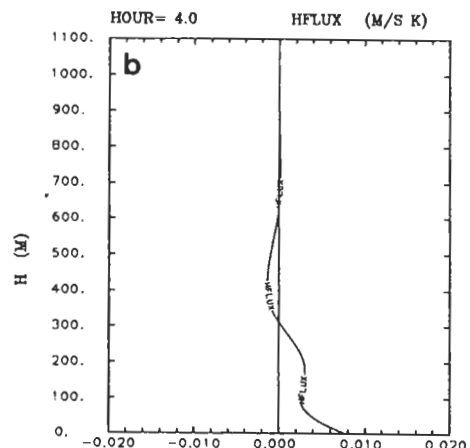
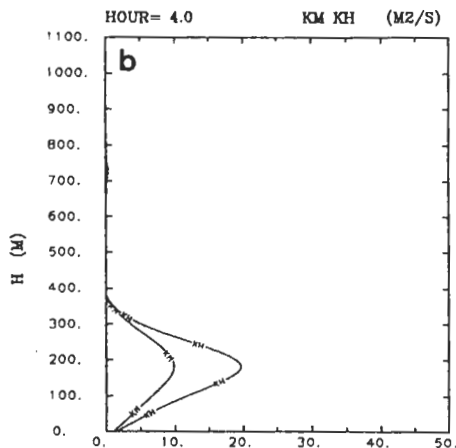
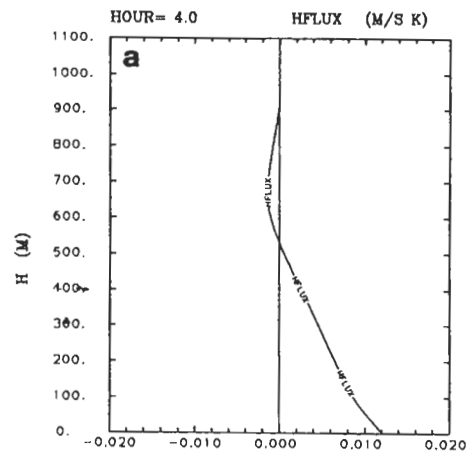
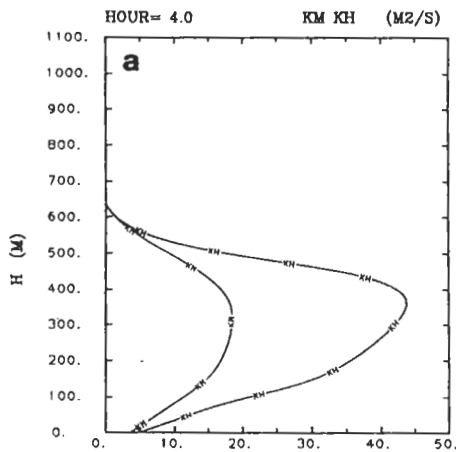


圖4(a)-4(b) 同圖2，但為15秒間距及150秒間距之紊流傳遞係數值。

圖5(a)-5(b) 同圖4，但為熱通量場。

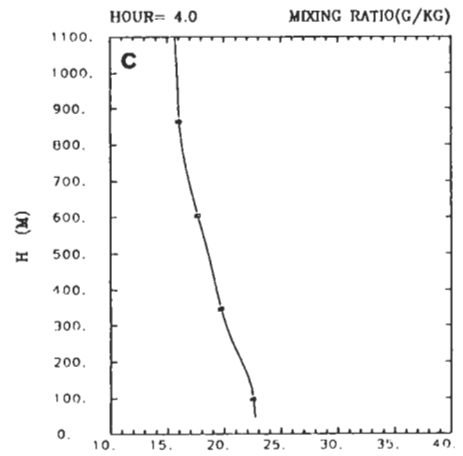
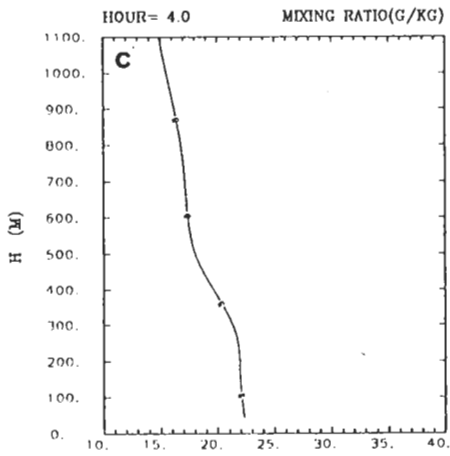
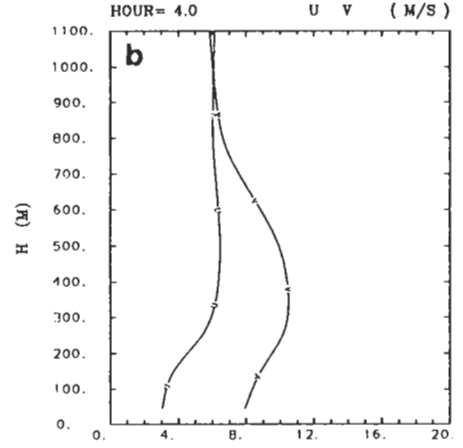
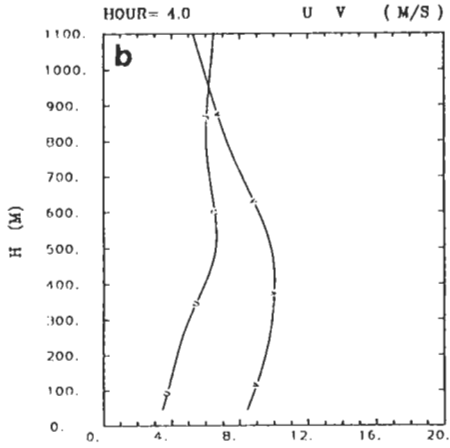
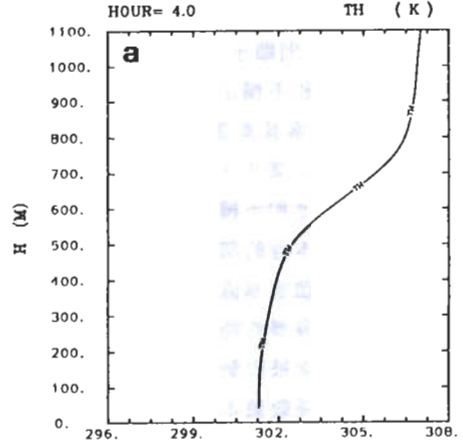
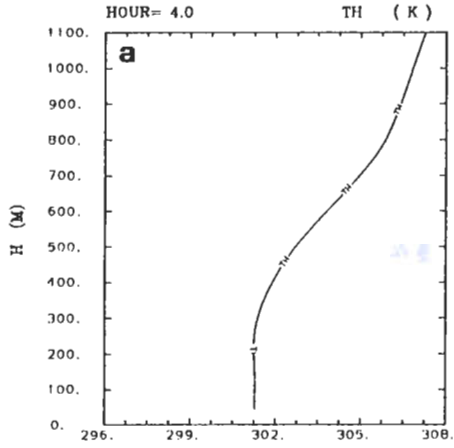


圖6(a)-6(c) 同圖2，但為穩定初始場。

圖7(a)-7(c) 同圖3，但為穩定初始場。

6)表現了300公尺左右的邊界層成長，而150秒間距的平均結構(圖7)則顯示大約只發展了250公尺的邊界層。差異情況和不穩定初始場類似，但較為和緩。間距150秒的個案其紊流傳遞係數值(圖8-b)比15秒間距的個案(圖8-a)要小，但顯然其值仍小於表二上所列的設限值，這和不穩定初始場的情況不太相同。不穩定初始場本身的環境就提供了相當大的成長潛力，所以設限值容易直接壓迫到傳遞係數；穩定初始場其邊界層發展的能源完全來自地表，所以一開始低層熱量傳送被限制，之後邊界層的發展就相當難，使得傳遞係數值本身成長就很小，甚且不超

過設限值。所以在圖9-a及圖9-b可看到二個熱通量結構頗為類似，沒有出現垂直振盪的情形，不過仍可看到靠近地面的可感熱通量值有一些差距，150秒間距的個案要小一些。

從以上測試我們可發現，E-ε方法配合很小積分間距使用向前積分格式時，對穩定或不穩定的大氣的邊界層發展都能充分的掌握，但將積分間距放大後，為配合數值穩定所加設之人為限制，對邊界層發展造成不自然抑制，環境愈不穩定此種抑制影響愈大，對積分間距的需求也就愈小。所以若要將其應用於一個全球波譜模式且作長時間積分，將不

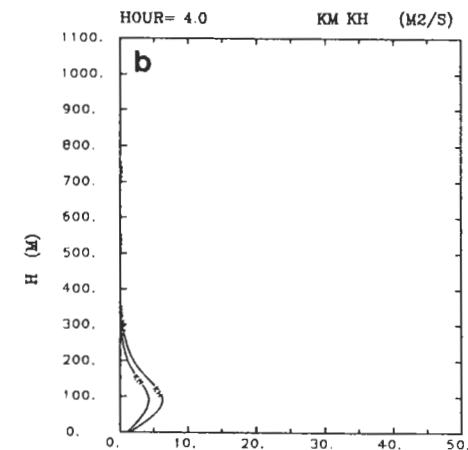
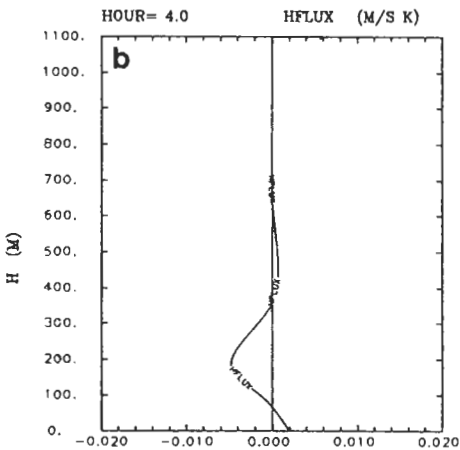
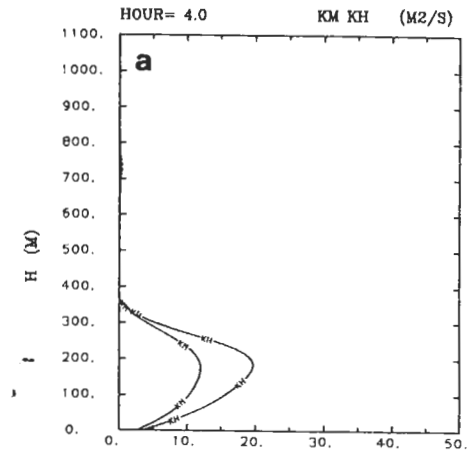
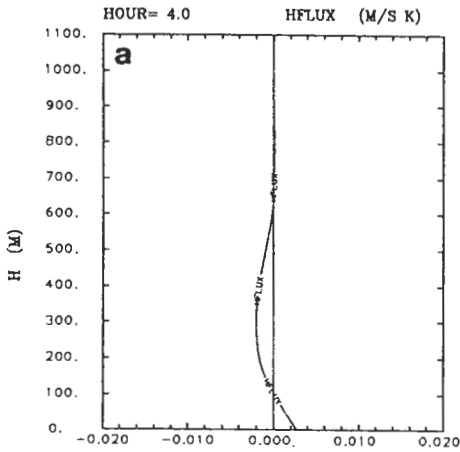


圖8(a)-8(b) 同圖4，但為穩定初始場。

圖9(a)-9(b) 同圖5，但為穩定初始場。



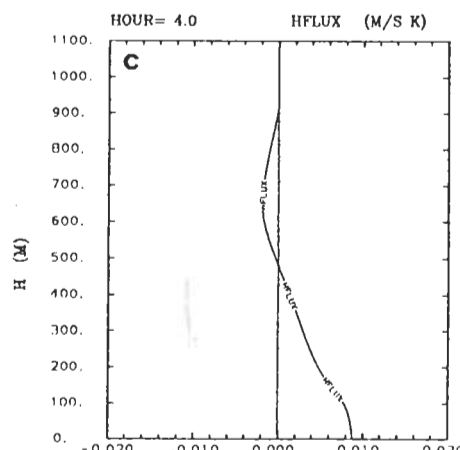
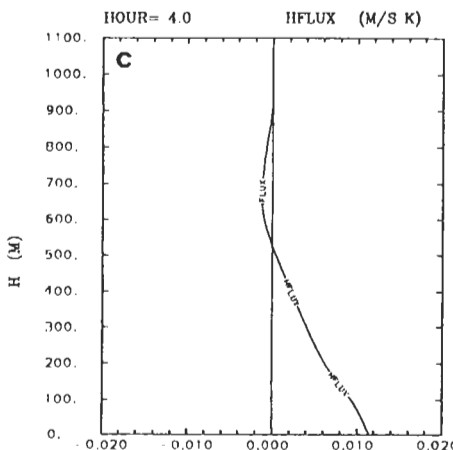
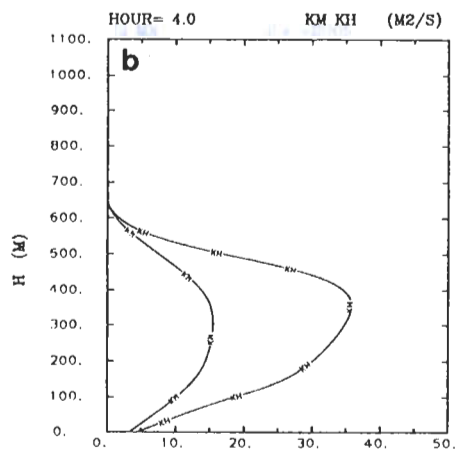
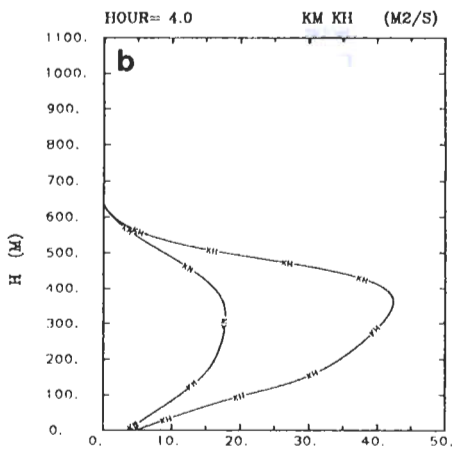
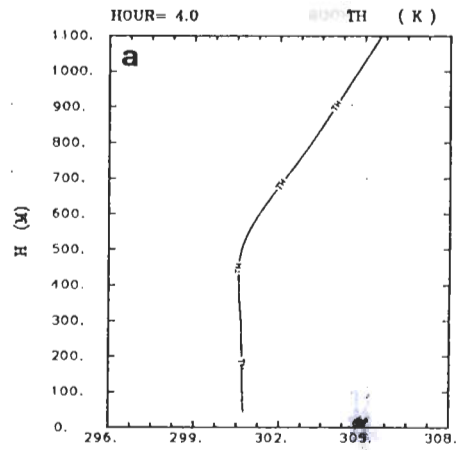
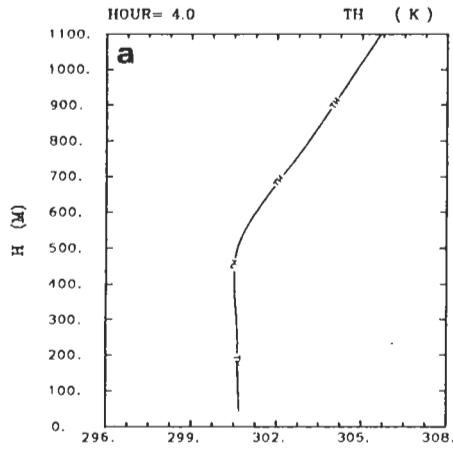


圖10 不穩定初始場，以150秒間距及向後積分格式積分4小時之位溫，紊流傳遞係數，熱通量結構。

圖11 同圖10，但為600秒間距。

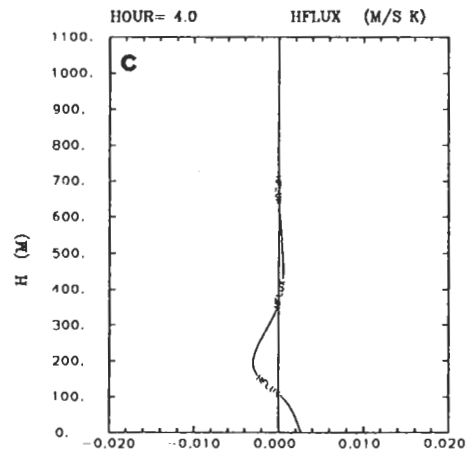
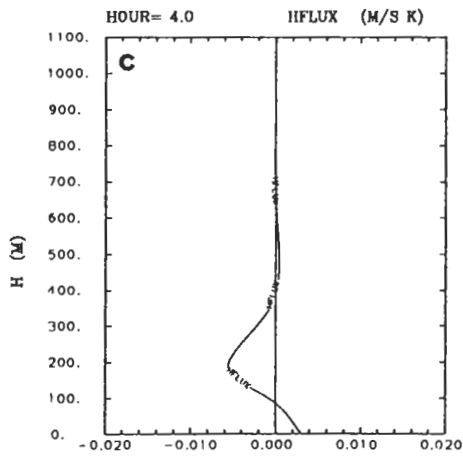
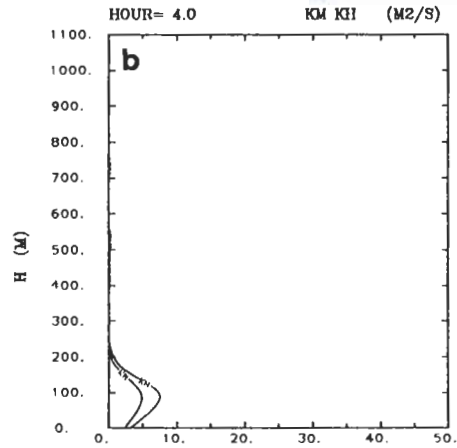
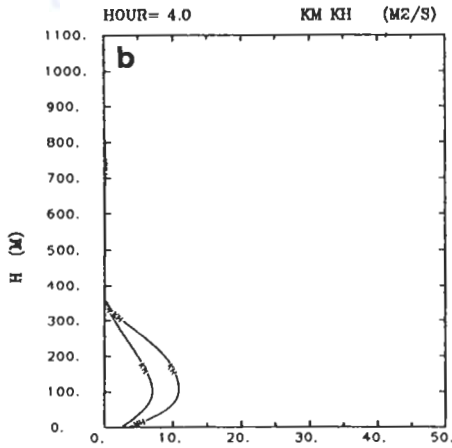
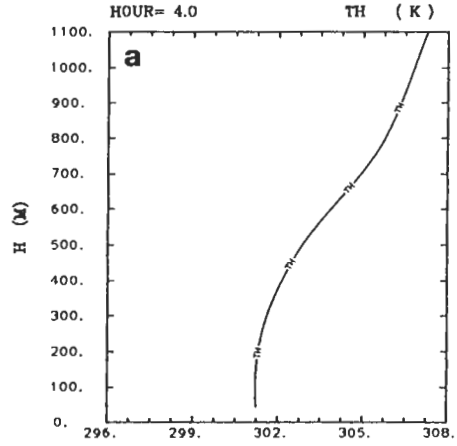
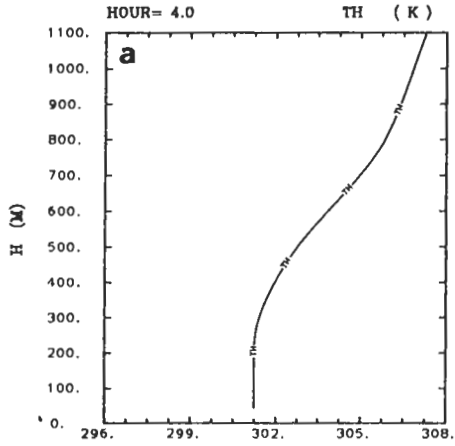


圖 12 同圖 10，但為穩定初始場。

圖 13 同圖 11，但為穩定初始場。

是一個有效的考慮。

### (B) 向後積分格式

向後積分格式屬於隱式的積分格式，在等間距及常數 $K$ 值下沒有線性不穩定的問題；所以使用此種積分格式將可容許較大的積分間距，且不用加設紊流傳遞係數的人為設限。但積分間距加大後，不準確度在此非線性系統中產生的作用，是我們無法預測的，所以藉由以下測試幫助我們做評估。

圖10為不穩定初始場直接以150秒間距積分4小時的結果，從位溫場、紊流傳遞係數及熱通量的垂直分布，都顯示出可與向前積分格式配合15秒間距積分結果相比擬的水準。將間距增加至600秒的積分結果示於圖11，其位溫場的結構(圖11-a)和150秒間距的積分結果差異極微，傳遞係數的分布(圖11-b)則可看出 $K_h$ 的極大值從43降至37左右，而熱通量場(圖11-c)的基本線性結構依然保持，只是地面可感熱通量從 $0.011 (^{\circ}Km/s)$ 降至 $0.009 (^{\circ}Km/s)$ 。

對於穩定初始場而言，圖12為150秒間距積分4小時的結果，位溫場之結構看不出與向前積分格式配合15秒間距積分的結果有明顯差異，紊流傳遞係數(圖12-b)則變化較明顯，熱通量場本身數值就很小，所以變化不明顯。間距增加為600秒時，位溫場(圖13-b)顯示的混合邊界層結構，較300公尺低了一些，另外在傳遞係數的分布(圖13-b)雖也較低，但差異不明顯。

經由此部分的測試可得知，雖然向後積分格式隨積分間距增大而有衰減產生，但間距增加至600秒所引起的誤差甚至比向前積分格式配合150秒間距引起的誤差小。測試至此，我們可評定向後積分格式確實為一有效的積分格式。

## 四、MONEX 79 實驗之模擬

前面測試所選出較有效的向後積分格式，將配合600秒間距用於 $E-\epsilon$ 方法，以MONEX 79實驗之資料測試其對邊界層的模擬效果。Holt and Raman於1988年發表的論文上有對此資料模擬積分4小時的結果，我們將以其結果作為比較。

初始資料以MONEX 79實驗在1979年7月14日00Z，於東經89.5度北緯18度洋面上的單點資料，垂直線性內插到模式各 $\sigma$ 層，地轉風在積分過程中保持

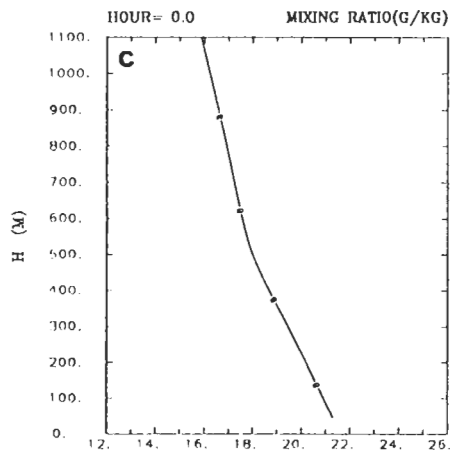
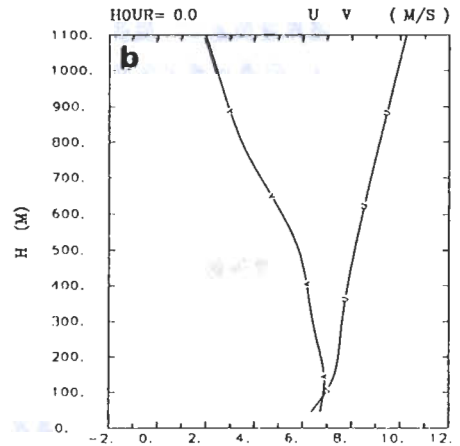
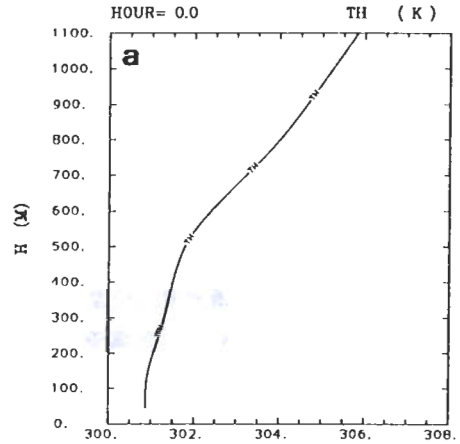


圖 14 MONEX 79 實驗之探空觀測內插初始場。

不變，風速為16.8 m/s，風向為233°，下邊界洋面溫度保持29°C，1000尺以下之初始場如圖14。

(A) 平均場

積分4小時的結果顯示，位溫場(圖15)和濕度場(圖16)在400公尺以下為一混合均勻的邊界層結構，而Holt and Raman的結果(圖15，圖16)則顯示了600公尺的邊界層發展，同時其邊界層內位溫約301.7°K，比我們的測試結果301.6°K高，此處差異顯示初始場已有不同，否則發展較低的邊界層其內溫度將因熱容空間較小而較高，如此才符合能量保守。另外圖17為水平風場的垂直結構，風場除了受紊流垂直傳送的影響外，科氏力及氣壓梯度力(地轉風)的效應亦應被考慮在內，風場結構和Holt and Raman的結果相似，U在邊界層頂處有一偏弱的噴流，最大風速約6.0-6.5 m/s，但邊界層頂高度仍表現了和熱力場相同的差異。

(B) 紊流場

邊界層內的混合效應由紊流傳遞係數直接影響，圖18為動量紊流傳遞係數，400公尺以下係數值明顯大於零，同時在三分之一到二分之一的邊界層高度上有一極大值達10 m<sup>2</sup>/s。此分布顯示紊流混合作用範圍在400公尺以下，而Holt and Raman的分布達600公尺，此處差異可解釋為何平均場邊界層發

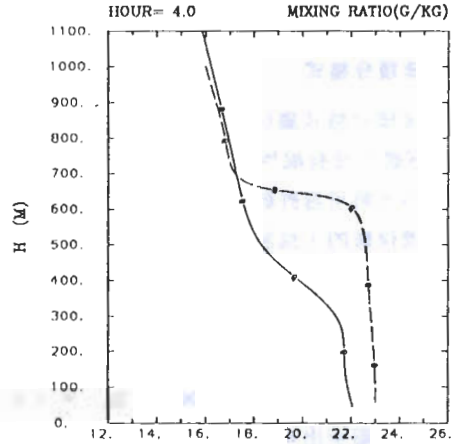


圖16 同圖15，但為濕度場。

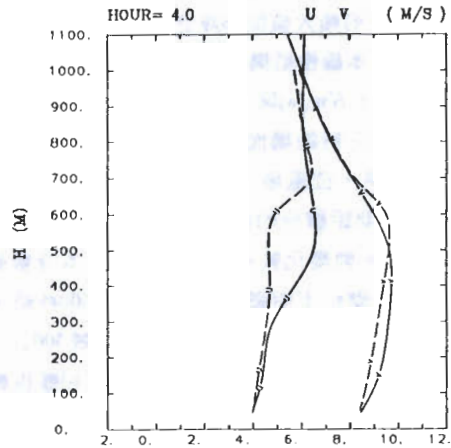


圖17 同圖15，但為水平風場。

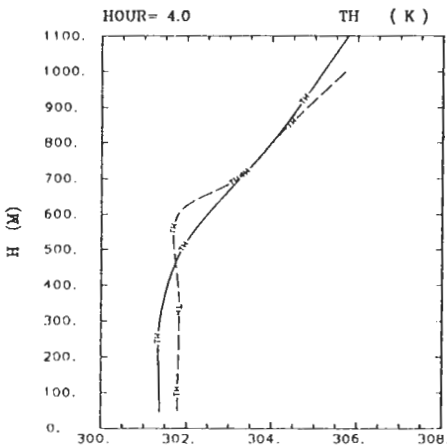


圖15 MONEX 79資料積分4小時後位溫結構。實線為測試版，虛線則為Holt and Raman版。

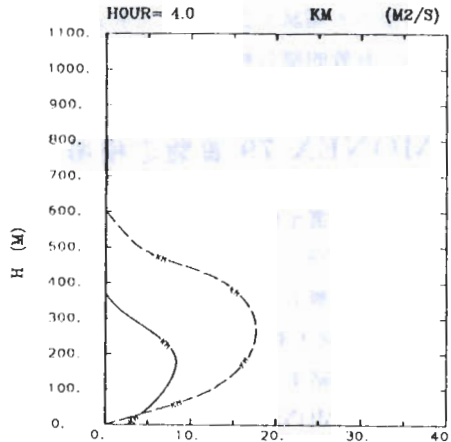
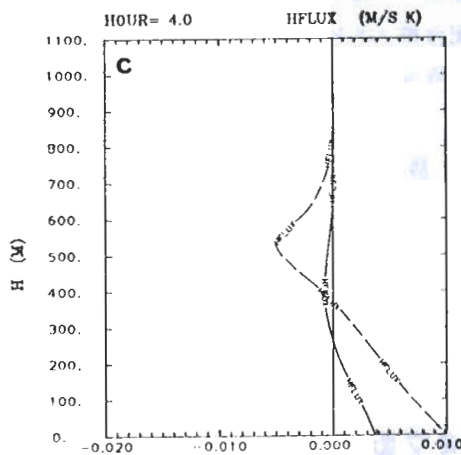
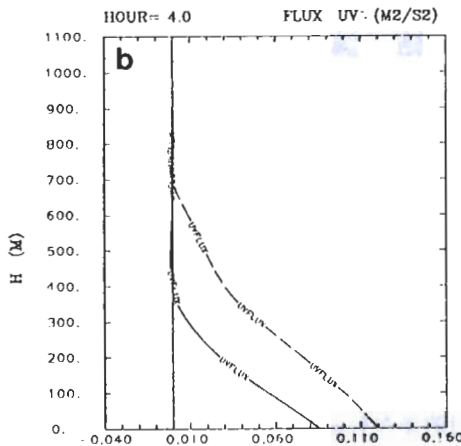
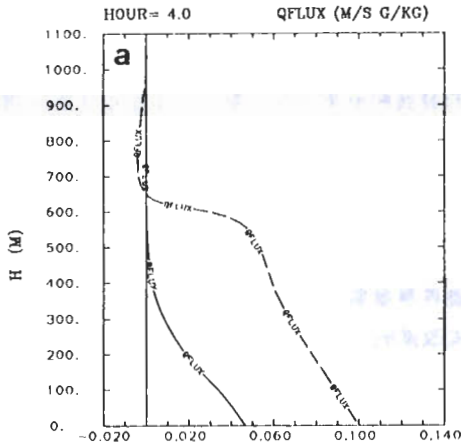


圖18 同圖15，但為紊流傳遞係數。



展較低。圖19 為水汽、熱量及動量的垂直通量，其基本結構都是在近地面有最大值，向上線性遞減，至邊界層頂時趨於零，而熱通量在邊界層頂處則因為有逸入效應而有負值產生，和Holt and Raman的結果相比通量值都較小，這顯然也受到紊流傳遞係數的影響。

接下來進一步看看決定紊流傳遞係數的紊流動能(TKE)收支情形(圖20)，TKE其調整的時間尺度相當小，因此，我們看到的TKE都是趨於穩定狀態，其各項收支接近平衡，從圖 20可看到，在200公尺以下主要的正貢獻為風切，次為浮力，而主要的負貢獻為消耗項，次為紊流傳遞項；但在200公尺以上浮力項的正貢獻逐漸變小，轉變為負，而紊流傳遞項則由負轉為正以資平衡，到400公尺以上，各項收支都變得很小，然而在Holt and Raman 的測試中，400公尺以上紊流活動依然明顯，這和前面分析的差異相吻合。

從以上的比較可得知，對於MONEX 79實驗的模擬，我們以E-ε方法配合向後積分格式及600秒的間距，已將當時邊界層發展的特性掌握，只是較Holt and Raman的結果弱。影響的可能原因之一是初始場的差異，在第三部分的測試中已可看到，不同穩定度之初始場對邊界層發展有明顯影響；在我們的測試中只是以很簡單的線性方法，將觀測資料內插到20層模式分層，所以極有可能在初始場已和

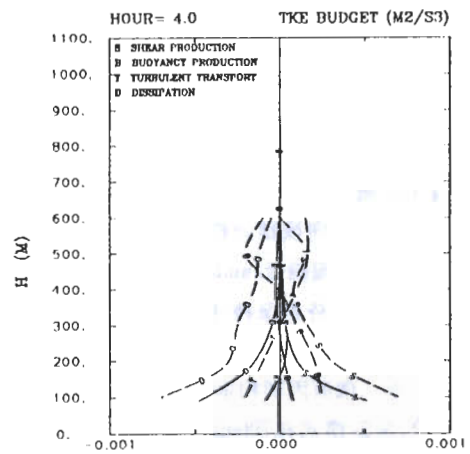


圖19 同圖15，但為水汽、熱量及動量的垂直通量。

圖20 同圖15，但為紊流動能的收支項。

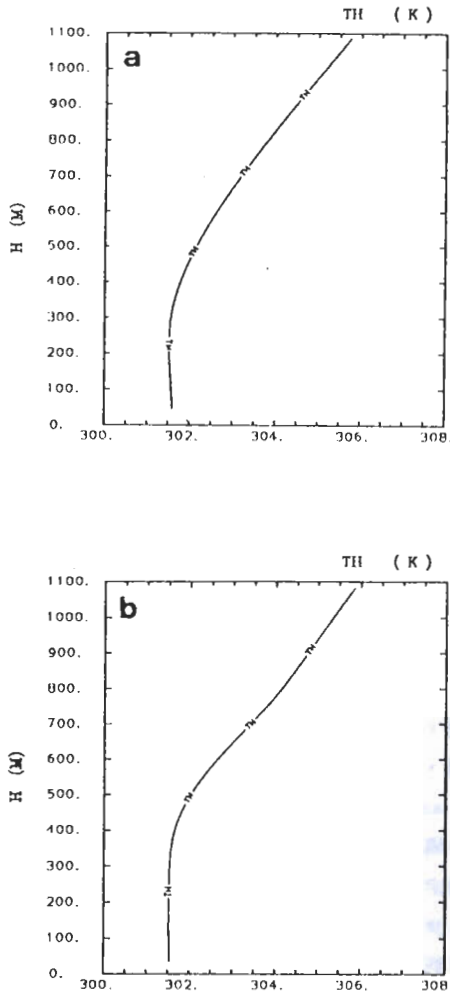


圖 21 垂直層數減為 18 層，及增為 21 層後積分 4 小時的位溫場結構。

Holt and Raman 有所差異，從其論文上初始場的分布來看，的確有所不同。另一可能原因則是從第三部分測試得知，向後積分格式在積分間距增大時，會有較明顯的預報偏低(underestimate)，此一特性在將來進一步測試時要保持注意，視其和其它過程相互作用後的影響，也許必須調整積分間距，或做其它修改。第三個原因則和垂直解析度有關，Holt and Raman 的單點模式在 700mb 以下有 30 層，而我們的單點模式在 700mb 以下只有 9 層，此種差異也是影響結果的一可能因素，為此我們做了一個敏感測試，圖 21-a 為 700mb 以下只有 7 層的結果，可看到將 1000 公

尺以下減少兩層後，其邊界層的發展明顯低了許多，圖 21-b 為在 1000 公尺以下增加一層的結果，其邊界層的發展較原來增加一點，但不是很明顯。這敏感測試告訴我們，垂直解析度對邊界層的發展的確有影響，而目前在 700mb 以下有 9 層，900 mb 以下有 5 層的解析度，大致已能有效的解析出低層邊界層，只是無法很精確。從這我們也應體認到，在採用了多層邊界層參數法後，必須有足夠的解析度配合才能達成改進的目的。另外，在有關  $\epsilon$  的預報式中本模式給定  $C_3$  為常數值 (1.38)，而 Holt and Raman (1988) 的模式中  $C_3$  是  $l$  (characteristic length scale of turbulence flow) 和  $h$  (PBL depth) 的函數 ( $C_3 = 1.13 * l/h$ )，此處不同亦是造成差異的原因。

## 五、結 論

經由二種熱力環境場的測試，可以確定隱式的向後積分格式是和 E- $\epsilon$  方法可以比較有效配合的一種方法。經過實際 MONEX 79 實驗資料的模擬測試，其對實際邊界層的掌握能力是可確認的，雖然大致而言是偏弱，但其中除部分是初始場差異及  $\epsilon$  預報式中的係數值給定不同造成，另外則主要是數值方法本身的特性所引起。

眾所皆知數值模式本來即有其限制，而本研究的目的是在有限電腦資源中，尋求適用於全球作業模式的數值環境；此環境必不能和純研究模式相比，所以本文結果與 Holt and Raman 的有所差別是可預期的。但經由本研究，我們已嘗試將數值格式特性配合模式的物理特性，做最有效的運用；以最少的電腦資源掌握到最完整的物理。

## 致 謝

特別感謝劉其聖博士、鄭明典博士及郭鴻基教授對本研究之建議協助。本研究在國科會計畫 NSC 82-0202-M-052-004 及中央氣象局資訊中心電腦支援下完成。

## 參考文獻

蔡清彥，柯文雄與許武榮，1990: 數值天氣預報。聯經出版，臺灣台北市，410 頁。

- Businger, J.A., J.C. Wyngaard, Y. Izumi, and E.F. Bradley, 1971: Flux-profile relationship in the atmospheric surface layer. *J. Atmos. Sci.*, **28**, 181-189.
- Businger, J.A., 1973: Turbulent transfer in the atmospheric surface layer. *Workshop in Micrometeorology*. D.A. Hangen, Ed. Amer. Meteor. Soc., 67-98.
- Clarke, R.H., 1970: Recommended methods for the treatment of the boundary layer in numerical models of the atmosphere. *Australian Met. Mag.*, **18**, 51-73.
- Deardorff, J.W., 1972: Parameterization of the planetary boundary layer for use in general circulation models. *Mon. Wea. Rev.*, **100**, 93-106.
- Detering, H.W., and D. Etling, 1985: Application of the  $E-\epsilon$  turbulence model to the atmospheric boundary layer. *Bound.-Layer Meteor.*, **33**, 113-133.
- Gerber, H., S. Chang and T. Holt, 1989: Evolution of a marine boundary layer jet. *J. Atmos. Sci.*, **46**, 1312-1326.
- Holt, T., and S. Raman, 1988: A review and comparative evaluation of multi-level boundary layer parameterization for first order and turbulent kinetic energy closure schemes. *Rev. Geophys.*, **26**, 761-780.
- Holt, T., S. Chang, and S. Raman, 1990: A numerical study of the coastal cyclogenesis in GALE IOP2: sensitivity to PBL parameterization. *Mon. Wea. Rev.*, **118**, 234-257.
- Monin, A.S. and A.M. Obukhov, 1954: Basic laws of turbulent mixing in ground layer of the atmosphere. *Trans. Geophys. Inst. Akad., Nauk Ussr* **151**, 163-187.
- Monin, A.S. and A.M. Yaglom, 1971: *Statistical Fluid Mechanics*, Vol.1, MIT Press, 468-504.
- Pielke, R.A., 1984: *Mesoscale Meteorological Modeling*. 612 pp., Academic, New York.
- Wyngaard, J.C., 1975: Modeling the planetary boundary layer - extension to the stable case. *Bound.-Layer Meteor.*, **9**, 441-460.

A Numerical Study on Multilevel Boundary Layer  
Parameterization with E- $\epsilon$  Turbulence Closure

Feng-Ju Wang

Central Weather Bureau

(manuscript received 20 May 1992; in final form 27 June 1992)

ABSTRACT

In order to test the performance of E- $\epsilon$  method with different finite difference schemes and different time steps, numerical experiments are conducted using a PBL model with E- $\epsilon$  turbulence parameterization

We compared numerical results with two different time schemes, the backward implicit scheme and the forward explicit scheme, as well as under thermal stable and unstable conditions. The numerical solutions indicate that the truncation error resulted by the backward scheme with a time step of 600 s is smaller than that resulted by the forward scheme with a time step of 150 s. Therefore, it is suggested that the E- $\epsilon$  method with the backward scheme will be much more effective for a global medium-range forecast model.

In a real data simulation to compare with Holt and Raman (1988) results. We found that the E- $\epsilon$  method with the backward scheme is able to describe the PBL features. But the scheme underestimates the fluxes due to the numerical feature of backward scheme. It will need advanced tests and analysis after model coupling with other physical processes.

Key Words: PBL, Backward scheme, forward scheme.