

# 正壓大氣數值模式及其應用

## Numerical Barotropic Model and Its Applications

胡 仲 英

Chung-Ying Hu

### ABSTRACT

A numerical model is described for integrating the barotropic prediction equations to obtain forecasts of the movements of troughs and typhoon centers in this region. In order to apply this model to daily forecast, objective map analysis is used to get the initial data. The results of the tests show that forecasts of trough movement and Pacific high development are fairly accurate, speed and direction of typhoon movement are also good.

### 一、前 言

大氣的運動及一切現象的發生均依循一定的物理過程而可由一組方程式代表。近年來數值天氣預報發展非常迅速，美、日諸國應用若干多層斜壓模式 (Multi-layers baroclinic model) 預測中、高緯度一至三日槽脊位移及強度演變已相當正確。吾國限於經費及人力，迄今尚未將數值天氣預報納入預報作業內。本文提供一個計算迅速，結果頗為滿意的正壓大氣模式，懇切期望對吾國天氣預報準確度能有所增進。

大氣的等壓面與密度面重合或走向一致謂之正壓大氣。與美國、日本比較，臺灣位於較低緯度，其高層大氣較接近正壓大氣，且夏季氣流多來自南方或西南方，尤其是自低緯度入侵的颶風對本島的天氣更造成嚴重的影響。此外，正壓模式可用於容量較小的電子計算機，而且計算迅速可爭取實際作業之時效，所以作者由正壓模式著手探討數值天氣預報。

### 二、數學物理模式

#### (一) 預報方程式：

考慮流體水平運動方程式 (Equations of motion)，連續方程式 (Equations of continuity) 及氣體狀態方程式 (Equation of gas state)，並作假設：氣層為無輻散 (Non-divergent)，流體為不可壓縮 (Incompressible)，不考慮地面摩擦 (Sur-

face friction) 及大氣斜壓影響 (Baroclinic effect) 等，同時假設等壓面上為近似地轉風 (Geostrophic approximation)。

經過代入化簡吾人可得預測方程式 (Haltiner, 1971)

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 z = J(f + \zeta, z) \dots \dots \dots (1)$$

$z$  為等壓面上高度值， $f$  為科氏參數 (Coriolis parameter)， $J(A, B) = \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial B}{\partial x}$ 。

將(1)式改寫成定差方程式 (Finite difference) 並用緩和法 (Relaxation method) 求解：

$$\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{4} \left[ \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_{i+1,j} + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_{i-1,j} + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_{i,j+1} + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_{i,j-1} - \frac{d^2}{m^2} J(f + \zeta, z)_{i,j} \right]^n \dots (2)$$

(2) 式重覆使用至

$$\max \left| \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^{n+10} - \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^n \right| \leq \epsilon \dots \dots (3)$$

$\epsilon$  為收斂最低值，今取為  $1.0 \times 10^{-6}$  m/sec。將

求得的  $\frac{\partial z}{\partial t}$  當  $t=0$  時，利用 Time-forward method 求下一時刻的  $z$  值，當  $t > 0$  時則用 Center-difference method：

$$\left. \begin{aligned} Z_{1,j}^{t+\Delta t} &= Z_{1,j}^t + \Delta t \left( \frac{\partial z}{\partial t} \right)_{1,j}^t & t=0 \\ Z_{1,j}^{t+\Delta t} &= Z_{1,j}^{t-\Delta t} + 2\Delta t \left( \frac{\partial z}{\partial t} \right)_{1,j}^t & t>0 \end{aligned} \right\} \dots(4)$$

(二) 邊界條件 (Boundary condition):

本文採用自由滑動邊界條件 (Free slip boundary condition)，即假設大氣在邊界處不受摩擦阻力影響可以自由流動，亦即在 x 方向邊界  $\partial v / \partial x = 0$ ，在 y 方向邊界  $\partial u / \partial y = 0$ ，代入地轉假設及定差方程式可得：

$$\left. \begin{aligned} Z \text{ 邊界外一層值} &= 2Z \text{ 邊界值} \\ -Z \text{ 邊界內一層值} &\dots\dots\dots(5) \end{aligned} \right\}$$

根據中央研究院物理研究所1971年的研究報告：在計算範圍 (computational domain) 一定 (且不甚大) 時，自由滑動邊界比固定邊界條件 (Fixed Boundary condition) 可能會給予較客觀的天氣變化情形 (雖然不一定較準確)。

(三) 初始條件 (Initial condition)

本模式為配合日後實際應用，故初始值的輸入採用客觀天氣圖分析法 (Objective map analysis)。Cressman (1959)，R. Maine and D. J. Gauntlett (1968) 曾分別將此法應用到高空風及地面降水的預報。茲將此法介紹於後：先輸入 0000 GMT 各網格點上的最初估計值 (First approximation)，再由 0000 GMT 及 1200 GMT 各測站的實際觀測值作一修正，即可得到 1200 GMT 各網格點上的初始值。修正值公式為：

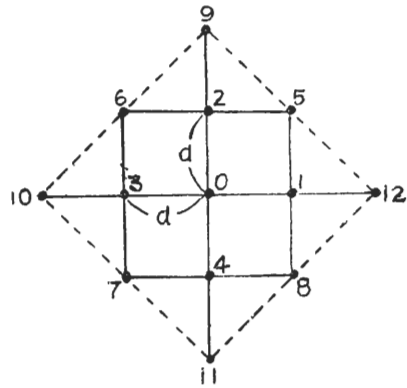
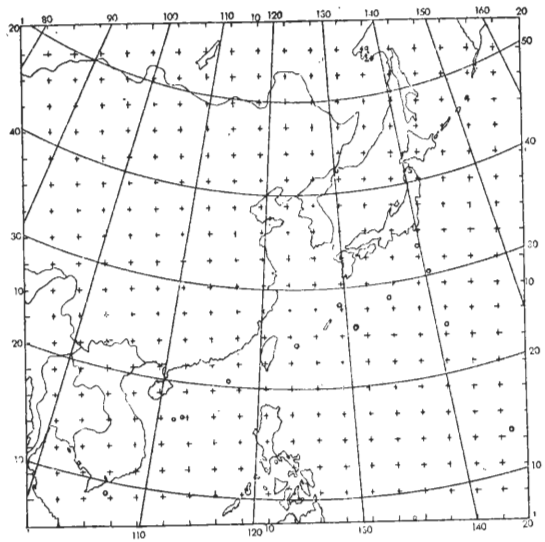
$$C_z = -W(Z_1 - Z) \dots\dots\dots(6)$$

此處  $C_z$  為某網格點的修正值， $Z_1$  及  $Z$  分別為 0000 及 1200 GMT 各測站之觀測值。 $W$  為權重因子 (Weight factor) 定義為：

$$\left. \begin{aligned} W &= \frac{N^2 - d^2}{N^2 + d^2} & d \leq N \dots\dots\dots(7) \\ &= 0 & d > N \end{aligned} \right\}$$

$d$  為網格點與測站間距離， $N$  為以待修正網格點為圓心所取四個不同的半徑值 (4.7, 3.6, 2.2, 1.5 緯度) 以不同半徑內的測站值連續修正該網格點的估計值。在實際作業時，將電傳打字機 (Teletype) 以線路連接於電子計算機輸入部份，並將最初估計值、0000 GMT 測站觀測值及客觀分析計算程式 (Program) 均儲存於電子計算機內，待 1200 GMT 的各測站觀測值接收完畢，立刻可求出 1200 GMT 各網格點上客觀分析值，作為本模式預報的初始值。(颱風期間的飛機報告可用來修正颱風中心及附近高度值) 計算範圍及網格系統參見圖一。客觀分析法的流程

圖參見圖二。



圖一 計算範圍及網格系統  
Fig. 1. Computation domain & grid system

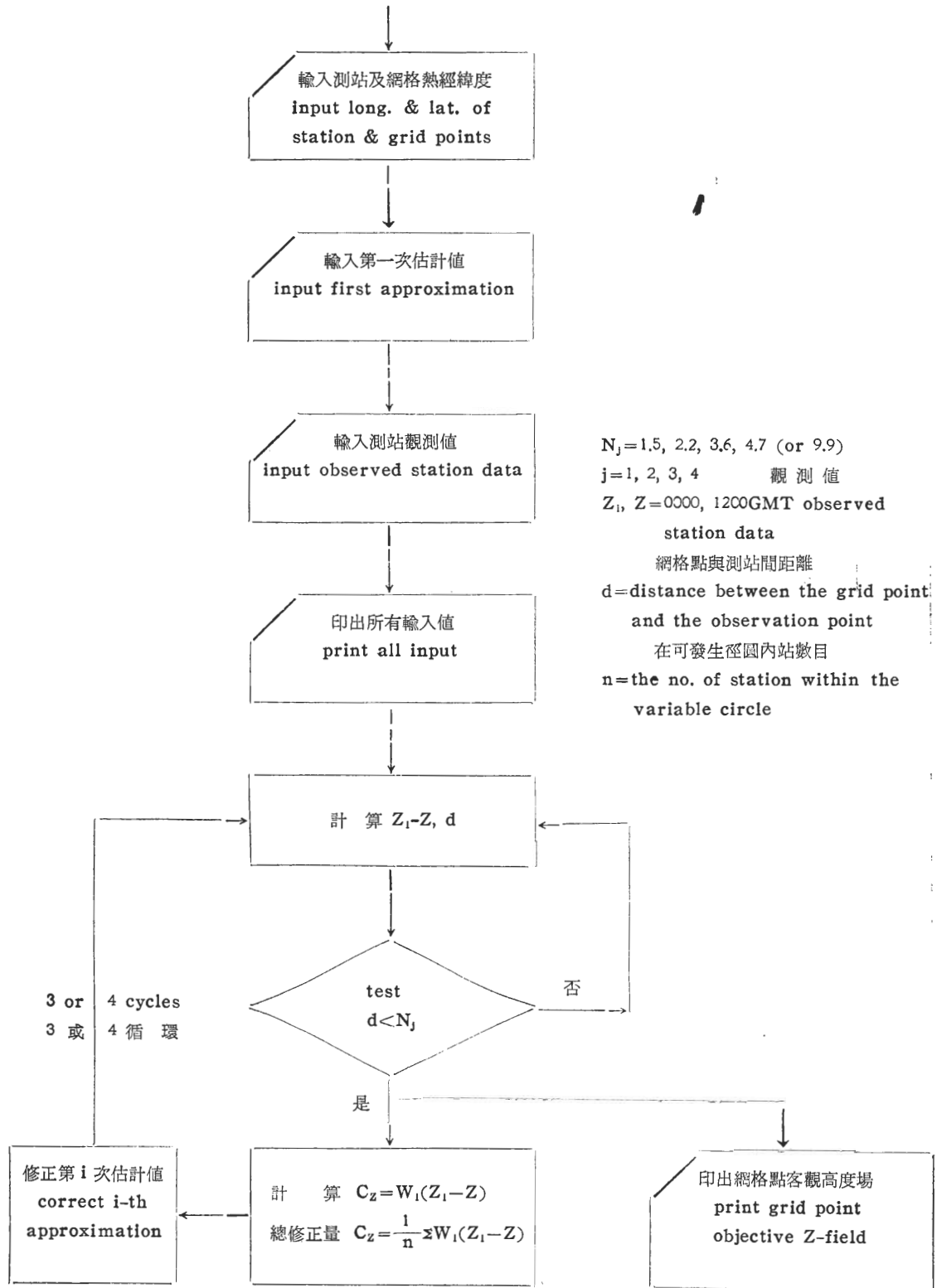
(四) Jacobian 之解法

(2)式中的  $J$  (Jacobian) 計算利用鄰近 12 點 (Staff members of electronic computer center, 1965)，其結果較正確且合乎能量守恒原則：

$$J(A, B) = 2J_1(A, B) - J_2(A, B) \dots\dots(8)$$

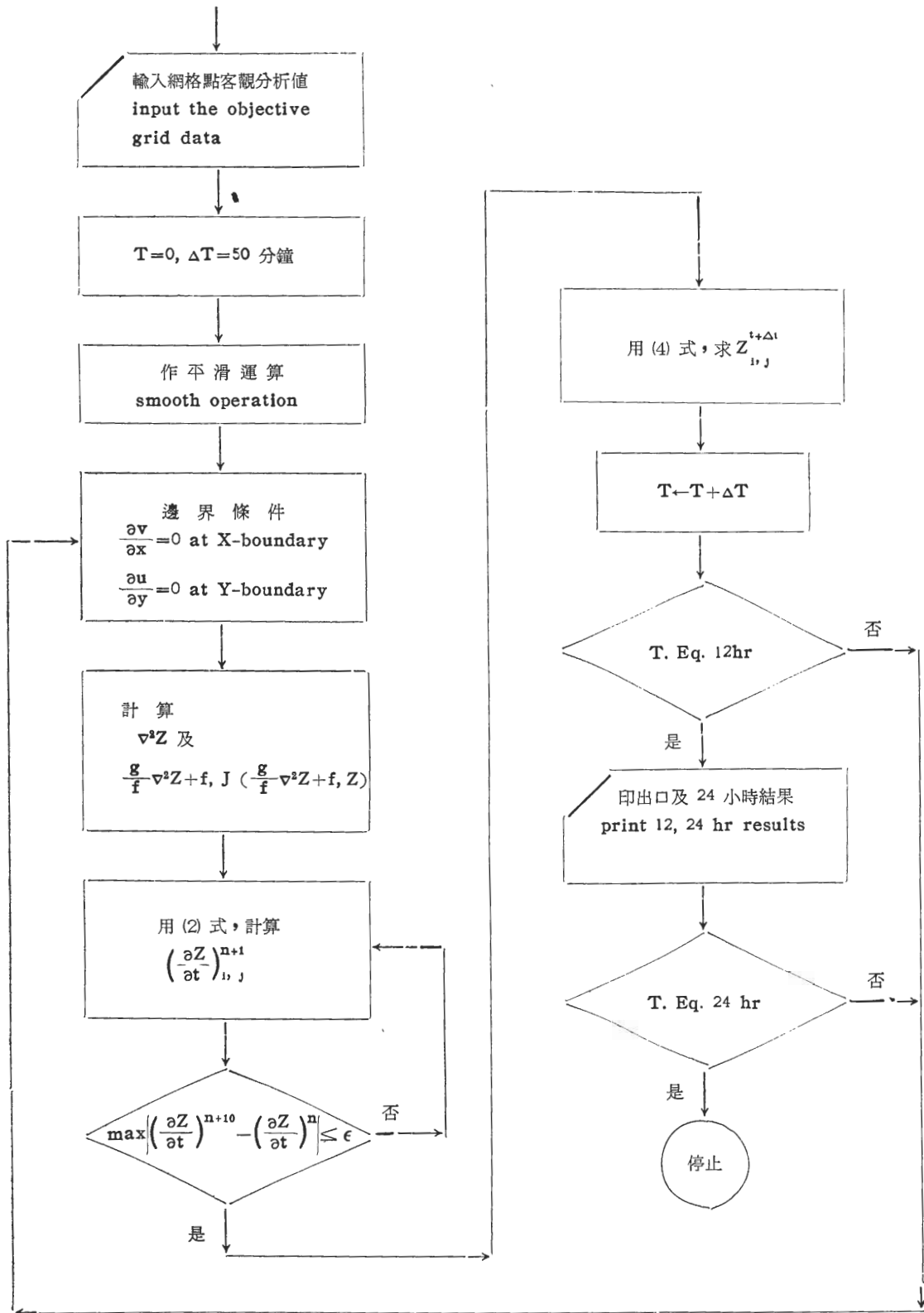
$$J_1(A, B) = \frac{1}{4} [J^{++}(A, B) + J^{+-}(A, B) + J^{-+}(A, B)] \dots\dots(9)$$

$$\begin{aligned} \text{式中 } J^{++}(A, B) &= [(A_1 - A_3)(B_2 - B_4) \\ &\quad - (A_2 - A_4)(B_1 - B_3)] / 4d^2 \\ J^{+-}(A, B) &= [A_5(B_2 - B_1) - A_7(B_3 - B_4) \\ &\quad + A_6(B_3 - B_2) - A_8(B_4 - B_1)] / 4d^2 \\ J^{-+}(A, B) &= [A_1(B_5 - B_8) - A_3(B_6 - B_7) \\ &\quad - A_2(B_5 - B_6) + A_4(B_8 - B_7)] / 4d^2 \end{aligned}$$



圖二 客觀天氣圖分析法流程圖

Fig. 2 Flow diagram for objective map analysis program



圖三 正壓數值模式流程圖  
Fig. 3. Flow diagram for numerical barotropic model

$$J_2(A, B) = \frac{1}{4} [J^{*x}(A, B) + J^{*+}(A, B) + J^{*+}(A, B)] \dots \dots \dots (10)$$

式中  $J^{*x}(A, B) = [(A_5 - A_7)(B_6 - B_8) - (A_6 - A_8)(B_5 - B_7)]/8d^2$

$$J^{*+}(A, B) = [A_5(B_9 - B_{12}) - A_7(B_{10} - B_{11}) - A_6(B_9 - B_{10}) + A_8(B_{12} - B_{11})]/8d^2$$

$$J^{*+}(A, B) = [A_9(B_6 - B_8) - A_{11}(B_7 - B_8) + A_{10}(B_7 - B_6) - A_{12}(B_8 - B_6)]/8d^2$$

其中  $A_i, B_i (i=1, \dots, 12)$  表示第  $i$  點的  $A, B$  值。

為了使資料滿足流體性質，並將一些不規則小擾動濾掉，特將等壓面高度場平滑化 (Smooth) (Shuman, 1957):

$$Z_{i,j}^* = (4Z_{i,j} + Z_{i+1,j} + Z_{i-1,j} + Z_{i,j+1} + Z_{i,j-1})/8 \dots \dots \dots (11)$$

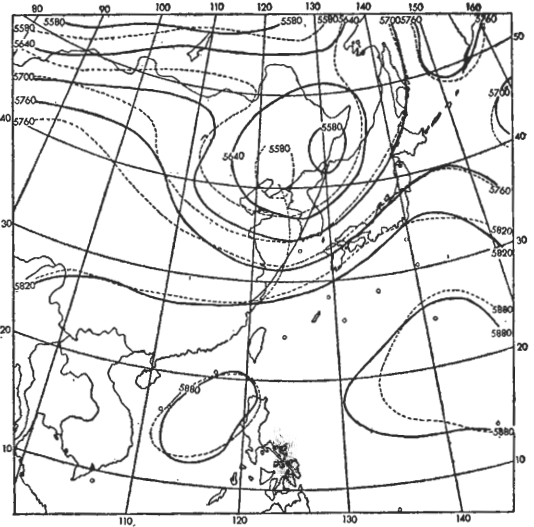
其中  $Z$  為網格點初始值， $Z^*$  為平滑後值，用此平滑後的資料取代原始資料計算。

正壓模式計算流程圖參見圖三。

### 三、計算結果

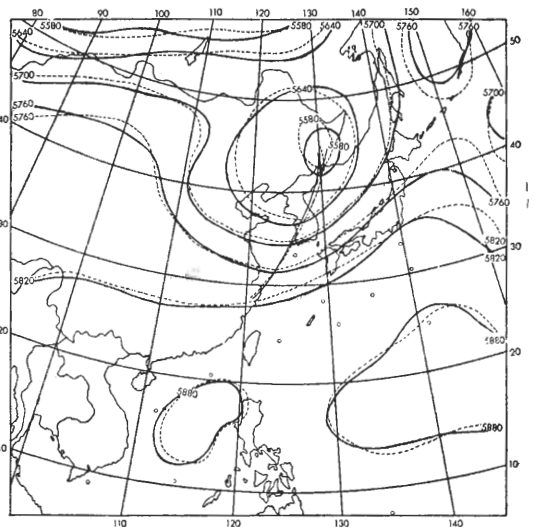
本文的計算採用中央氣象局高空天氣圖，該圖為蘭勃特正角錐投影 (Lambert conformal conic projection) 計算範圍選為  $90^\circ E - 160^\circ E, 6^\circ N - 60^\circ N$ ，共分為  $20 \times 20$  個網格點，各格點間距離為 300 公里，時間間格經試驗決定為 50 分鐘。因為 500mb 等壓面較接近實際大氣的無輻散層 (Nondivergent level)，故選用該層為實際計算層。首次試驗此模式，本文採用民國六十三年六月二十一日 500mb 等壓面當作預報初始圖，低壓中心在遼東半島，中心高度 5530 重力公尺，槽線由此中心向南轉西南延伸至福建，後方有一脊線存在，太平洋高壓中心在  $160.2^\circ E, 18.1^\circ N$ ，高度為 5890 重力公尺，向西延伸至  $136^\circ E$ ，另一高壓在中國南海逐漸發展。本文首次輸入六月二十一日 08 時 500mb 的網格點高度值作為最初估計值，再輸入二十一日 08 時及 20 時 500mb 等壓面各測站之實際觀測值經過客觀天氣圖分析吾人得到二十一日 20 時的網格點高度值。作者發現客觀修正值普遍較 12 小時實際高度變化為小，平均差距 16.6 重力公尺，此乃因為在廣大的西太平洋區由於測站稀少，在最大半徑內 (4.7 緯度)，可能根本沒有測站無法做客觀修正。若將此最大半徑增大，則在大陸測站密集區失去客觀修正的意義導致誤差增加，作者

有鑒於此，特將大陸測站密集區僅取三個半徑 (1.5, 2.2, 3.6 緯度) 做客觀修正而在西太平洋測站稀少區取四個半徑並將最大半徑增至 9.9 緯度，如此修正得到佳較的結果見圖四、圖五。平均差距為 11.8 重力



圖四 500mb 高度場  
 ..... t=0. 時 (主觀分析)  
 —— t=12. 時 (客觀分析)

Fig. 4. Z-Field (500mb)  
 ..... t=0. hr (Subjective)  
 —— t=12. hr (Objective)



圖五 500mb 高度場  
 ..... t=12. 時 (主觀分析)  
 —— t=12. 時 (客觀分析)

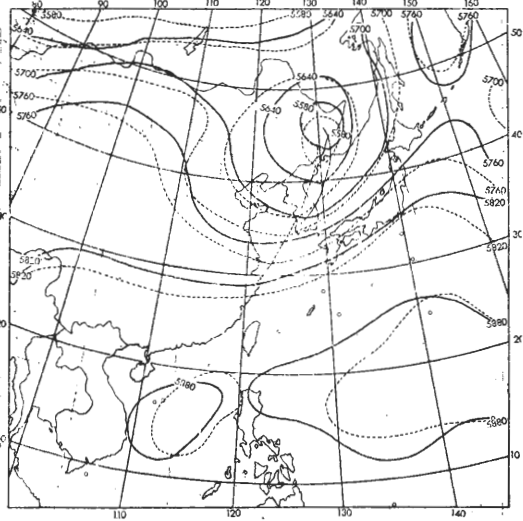
Fig. 5. Z-Field (500mb)  
 ..... t=12. hr (Subjective)  
 —— t=12. hr (Objective)

\* 本文計算利用國防部中山科學院電子計算機 CDC CYBER 72/14

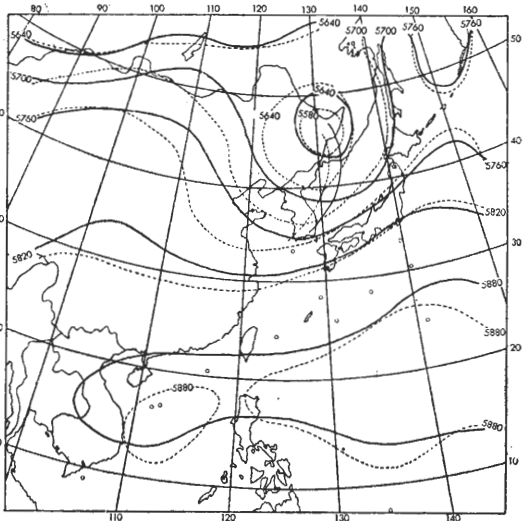
公尺已接近觀測誤差。將已得到的初始值輸入正壓模式中開始計算\*，其結果參見圖六、七圖，12小時低壓中心向東北進行至  $45.4^{\circ}\text{N}$ ， $130.2^{\circ}\text{E}$ ，中心填塞為 5560 重力公尺，槽線移動甚慢且普遍填塞，太平洋

高壓向西南延伸，有和南海高壓合併的趨向，24小時低壓中心填塞為 5620 重力公尺並移至  $47.2^{\circ}\text{N}$ ， $132.1^{\circ}\text{E}$ ，槽線繼續淺化，太平洋高壓脊向西延伸，兩高壓合而為一。與實際情況相較，低壓中心移動的方向及速度相當正確，唯中心填塞過於迅速。24小時的槽線運動及向西發展的太平洋高壓，計算結果均與實際符合。

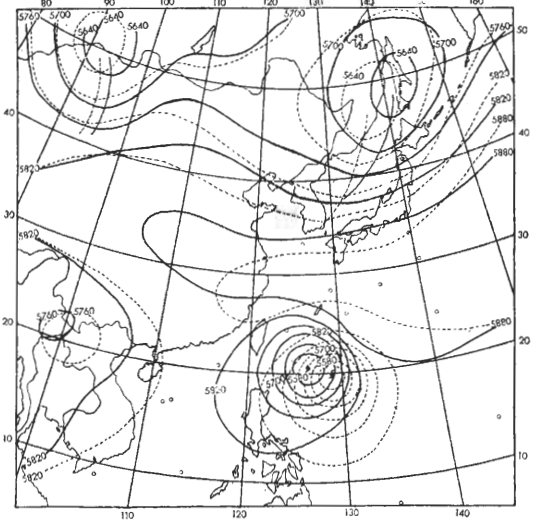
其次，本文計算民國六十年七月二十四日娜定 (Nadine) 颱風的運動情形。此颱風為該年第二次侵臺颱風，誕生於馬利安納羣島附近。21日20時由熱帶性低氣壓發展成為颱風強度，中心氣壓顯著降低，並以每小時8哩速度向西北西直趨臺灣。24日為娜定之極盛時期，地面天氣圖太平洋高壓軸在  $30^{\circ}\text{N}$  附近，整個東亞大陸為低壓區，20時飛機測得中心位置在  $20.0^{\circ}\text{N}$ ， $126.8^{\circ}\text{E}$  以時速10哩走向西北西，25日娜定逐漸逼近臺灣，此時中心已有填塞趨勢，8時中心在  $21.1^{\circ}\text{N}$ ， $124.6^{\circ}\text{E}$ ，速度增為11哩進行方向未變，此後即依此方向登陸新港、臺東之間經過馬公附近進入大陸。正壓模式計算結果參見圖八、圖九，24日08時500mb等壓面颱風中心原來在  $19.9^{\circ}\text{N}$ ， $129.2^{\circ}\text{E}$ ，即在呂宋島東北方海面，中心高度為5450重力公尺，經12小時移向西北西方，位於  $20.4^{\circ}\text{N}$ ， $126.5^{\circ}\text{E}$ ，中心高度填塞為 5500 重力公尺，24小時又移至  $22.6^{\circ}\text{N}$ ，



圖六 500mb 高度場  
 ..... t=0. 時 (初始值)  
 ——— t=12. 時 (模式計算結果)  
 Fig. 6. Z-Field (500mb)  
 ..... t=0. hr (Initial)  
 ——— t=12. hr (Model computation)

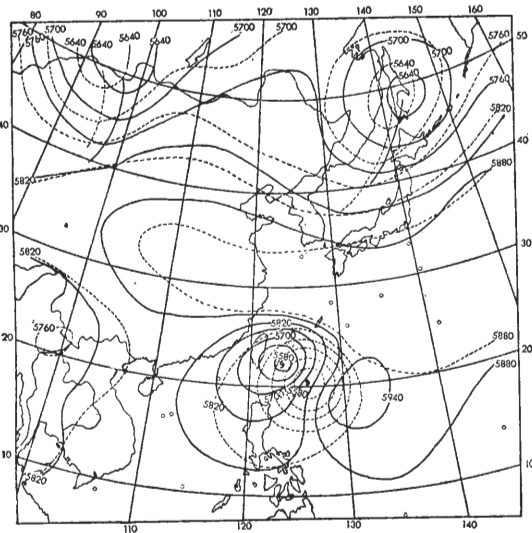


圖七 500mb 高度場  
 ..... t=12. 時 (模式計算結果)  
 ——— t=24. 時 (模式計算結果)  
 Fig. 7. Z-Field (500mb)  
 ..... t=12. hr (Model computation)  
 ——— t=24. hr (Model computation)



圖八 500mb 高度場  
 ..... t=0. 時 (初始值)  
 ——— t=12. 時 (模式計算結果)  
 Fig. 8. Z-Field (500mb)  
 ..... t=0. hr (Initial)  
 ——— t=12. hr (Model computation)

123.5°E，中心填塞為 5570 重力公尺，與實際情況比較，此颱風的移動方向及速度結果相當良好，唯颱風在 24 小時後略為變形，颱風後方高度上升太過迅速。



圖九 500mb 高度場  
 ..... t=12. 時 (模式計算結果)  
 —— t=24. 時 (模式計算結果)  
 Fig. 9. Z-Field (500mb)  
 ..... t=12. hr (Model computation)  
 —— t=24. hr (Model computation)

500mb 高度場在俄國東海省有一氣旋，中心位於 46.2°N, 136.8°E，高度為 5610 重力公尺，槽線由中心向西南延伸經日本海至對馬海峽。12小時後中心移至 48.6°N, 140.6°E，24小時再東北移至 48.9°N, 142.8°E，中心高度變化不大，延伸的槽線則一面東移一面填塞。

太平洋高壓以 30°N 為主軸向西伸展通過東海至福建，12小時後此高壓向西擴展到長江中游，24小時則更見發展。此計算結果與實際情形相同。綁定颱風保持西北西方向進行主要即受此高壓駛流 (Steering) 影響。

#### 四、結 論

本文利用正壓數值模式計算實際大氣運動及侵臺颱風路徑。為提高模式的實用價值，本文特別利用客觀天氣圖分析法取得計算的初始值，在客觀天氣圖分析法中，作者考慮到計算範圍內西太平洋區測站稀少，故將該法做必要的修正，修正後計算所得的客觀高度場與主觀分析場平均相差僅 11.8 重力公尺。日後配合繪圖機 (Plotter) 可立刻繪製即時天氣圖。將初始值代入正壓模式計算二十四小時大氣的運動情形，分析正壓模式結果吾人發現槽線的運動及太平洋高壓的發展均與實際情形相同，颱風及低壓中心移動的方向及速度也甚符合，唯颱風後方高度上升太迅速，致使二十四小時後颱風略為變形。

#### 五、後 記

本文承中央研究院物理所汪博士羣從悉心指正，空軍氣象中心劉廣英先生提供寶貴資料，中央氣象局吳副局長宗堯及預報組同仁大力支持始克完成。

謹此致最誠摯謝意。

#### 參 考 資 料

1. 大氣及颱風運動模型：I. 邊界條件，中研院物理所集刊，2, 177, 1972.
2. Cressman, G. P., An operational objective analysis system, M. W. R. 87, 367-374, 1959.
3. Haltiner, G. J., Numerical Weather Prediction, John Wiley & Sons, Inc., N.Y., 1971.
4. Gauntlett, D. J. Modifications to an Operational Numerical Weather Analysis System and Application to Rainfall J. Applied Meteor. 7, 18, 1968.
5. Shuman, F. G., Numerical Method in Weather Prediction: II, Smoothing and Filtering, NWR, 85, 357, 1957,
6. Staff member of electronic computer center, "72-HR Baroclinic Forecast by the diabatic quasi-geostrophic model" J. Meteor. Soc. Japan, 43, 246, 1965

作者通信處：中央氣象局