

冰相粒子對於對流系統影響的數值研究

林忠仁 陳景森

國立中央大學大氣物理研究所

(中華民國七十七年八月二十日收稿；九月十日定稿)

摘 要

大氣中常有冰相粒子的存在，但從觀測上很難去比較冰相粒子對於對流系統的發展有何影響，因此藉由一個二維模式，就沒有冰相及有冰相模擬結果比較，以了解冰相粒子對於系統發展時所產生的影響作用。模式是根據Chen (1986) 沒有冰相的二維模式，再參考Orville and Kopp (1977) 與Lin et al. (1983) 的冰相參數處理，所建立含有雲冰 (cloud ice)、雪 (snow)、冰雹 (hail) 三種冰粒子的雲模式，與沒有冰相的模式，探求冰相所扮演的角色。

模擬結果顯示，對於系統的發展情形，冰相粒子存在時並不會有很大的差異，而冰相生成時將會產生大量的潛熱釋放，尤其在高層溫度低於 0°C 的區域，因冰相的潛熱作用使得溫度增加普遍較高，故在上層中明顯的因溫度增加引起向下的壓力梯度力亦較大，使得主要上升氣流受到的阻力也大。另一個很大的差別在於雨水生成及分布，冰雹與雪的融解 (melting) 是雨水的主要來源，也因冰相的存在使得在對流雲區後面有較廣的兩區，是由冰粒子下降融解所得，故地面雨水量及降水範圍都較大。其中雪對雲區後的雨水產生有絕對的影響，因雪的產生導致冰雹生成，亦才有兩區在較弱對流系統後面低層中存在。故冰相粒子對於對流系統的發展，雖沒有很大的影響，但在雲物理及降水方面都不容忽視。

關鍵詞：冰相粒子、對流系統，雲物理過程

一、前言

一般在對流層中，如果溫度低於 0°C 時，因為大氣中存在有適當的冰凝結核 (ice nuclei)，所以當水汽對冰而言是過飽和時，則經由雲物理過程將產生冰相粒子 (ice-phase particle)，此冰相粒子伴隨著天氣狀況而有不同的情形產生，譬如下雪，甚至於下冰雹，特別是在夏季裡冰雹對於農作物將造成莫大的損害，因此對於冰相的研究更是迫切需要。在以往觀測方面的研究：如

Hobbs (1978)，Hobbs and Locatelli (1978)，Herzogh and Hobbs (1980)，Matejka et al. (1980)，Houze et al. (1981) 指出冷鋒、暖鋒系統中，冰相粒子在播種一支援 (seeder-feeder) 過程，能夠加強降水；Houze and Betts (1981)，Smull and Houze (1985) 對於颶線 (squall-line) 系統方面研究指出冰相粒子在對流雲系及層狀雲系的相互影響中，扮演著極重要的角色；有關對流風暴方面的研究 Browning and Foote

(1976), Sulakvelidze et al. (1967), Battan (1975) 指出冰雹對動力結構有很大的影響。

至於模式方面的研究，早期由於計算機的限制，加上對冰相參數的相關研究缺乏，因此只能從一維而且只包含冰雹一種的冰相粒子模式著手，如：Ogura and Takahashi (1971)，利用一維模式研究冰雹對一個風暴從初生到死亡的影響；Wisner et al. (1972) 也是用一維的雲模式研究冰雹的生成，但他們認為將雲冰考慮進去，同時擴展到二維模式都是必須的；Koenig and Murray (1976) 利用二維軸對稱 (axisymmetric) 模式研究帶有不同形式的冰相粒子時，積雲發展的比較；Orville and Kopp (1977) 以二維板對稱 (slab symmetric) 模式研究在環境風場影響下，冰雹對帶雹雷雨 (hail storm) 生命史的影響；Lin et al. (1983) 繼續發展 Orville and Kopp (1977) 的模式，在模式中冰相粒子加入了雪，以探討雪在對流系統中對雲冰、冰雹及降水的影響。依照各人所要研究的目的，在模式中採用了不同的機制和雲物理過程，如 Cotton (1972) 分別採用恆穩狀態 (steady-state) 及動力的模式，得出在過冷 (supercooled) 的降水中，冰相粒子會使得雨滴有較快的凍結 (glaciation) 產生，而且發現因粒子的成長，使得動力的結構有所變化，造成對降

水過程有助益或衰減的情形。國內方面有關冰相粒子的研究，如王崑洲 (1987)，採用 Cotton et al. (1981) 的冰相參數化，將雲冰分成三種程度的霜化 (riming)，而冰珠也分成霰 (graupel) 和冰雹二種，得出在軸對稱模式中，深對流系統含有冰相粒子時，將會減少對降水量的高估現象。

從以上的研究，冰相粒子對天氣系統的影響是不可忽視的，因而本文便依據 Orville and Kopp (1977) 和 Lin et al. (1983) 的雲物理中冰相粒子的參數化，研究 1985 年 5 月 28 日的一個長生命期對流系統；關於這個系統，在高雄雷達觀測到一個雨帶 (rain band) 於台灣海峽南端，整個系統以大約 18 msec^{-1} 的速度向東移動，而且維持了好幾小時，由圖(-)上的雷達回波圖得知最初在 19 時 (中原時間) 到 21 時，整個雨帶是呈南北向分布，到 21 時後，在前面區域有一較強的線狀回波，伴隨著大量降雨產生，另外有一較弱回波區及較少量降雨，存在於線狀回波之後；在北方因為有地形及海面回波影響，高雄附近的回波，無法確定其真正大小，系統約在 23 時通過了恆春，使得在 22 時到 23 時之間，降雨量達到 20 mm。Chen (1986) 曾利用一個二維沒有冰相粒子的模式模擬這個對流系統，因冰相粒子存在時，對流系統中相位變化會產生潛熱作用而影響對流的發展結構，故從有冰相粒子的模式與沒有冰相粒子的模式結果做

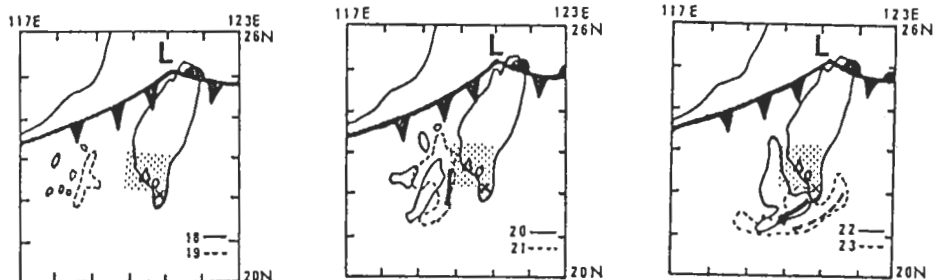


圖 1 1985 年 5 月 28 日高雄雷達回波圖，回波強度在 Level 2 (4 mm/h)，粗線部份代表 Level 3 (16 mm/h)，右下角 18 代表中原時間 18 時。

比較，以便對冰相粒子在長生命期的對流系統中之影響有所了解。

二、數值模式介紹

本數值模式採用可壓縮性方程組，因為是可壓縮系統，所以聲波可以與重力波共同存在此模式內，此和非彈性系統 (anelastic system) 不同，在非彈性系統，壓力由波桑方程式 (Poisson equation) 求得，如果波桑方程式的係數不是常數 (例如模式內有複雜地形需要座標轉換) 時，則需要較複雜的計算才可求出壓力。但在可壓縮模式，可以利用時間分割法 (time splitting method) (Klemp and Wilhelmson, 1978)，對有關聲波部份，用比較小的時間間隔來處理，而有關對流問題部份用大的時間間隔處理，如此就可以不必由波桑方程式來求壓力，而其所需的計算時間與解具有常係數的波桑方程式大致相同。

1、基本方程式與雲微物理過程

此二維數值模式是利用數值方法求出水平速度 (u)、垂直速度 (w)、位溫 (θ)、無因次壓力 (non-dimensional pressure, π)、動量混合係數 (momentum eddy mixing coefficient, Km)、水汽混合比 (q_v)、雲滴混合比 (q_c)、雨滴混合比 (q_r)、雲冰混合比 (q_i)、雪混合比 (q_s) 及冰雹混合比 (q_h) 的數值解。

有關各種變數其基本的連續方程，熱力方程式和動量方程式，可以寫成下面各式：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + C_p \bar{\theta}_v \pi_x = F_u = -u \frac{\partial u}{\partial x} - w \frac{\partial u}{\partial z} + D_u \quad (1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + C_p \bar{\theta}_v \pi_x = F_w = -u \frac{\partial w}{\partial x} - w \frac{\partial w}{\partial z} + D_w \quad (2)$$

其中有“-”符號表示環境 (ambient) 的物理量，θ 的定義：

$$\bar{\theta}_v = \theta (1 + 0.61 q_v)$$

π 是從 $\bar{\pi}$ 的偏差量 (deviation from $\bar{\pi}$)，而

$$\bar{\pi} = \left(\frac{P}{P_0} \right)^{R_d/C_p}$$

P 為傳統的壓力，P₀ 為地面環境的壓力，π 為無因次壓力。在(1),(2)式中關於次網格 (subgrid) 上的速度場計算，採用 Lilly (1962) 的方法，所以 Du, Dw 表示如下：

$$Du = (Km A)_x + (Km B)_x$$

$$Dw = (Km B)_z - (Km A)_z$$

其中 A = (u_x - w_z)，B = (u_z + w_x)

而 Km 則以診斷方程式表示為

$$Km = K^2 \Delta X \cdot \Delta Z |Def| \cdot \left[\max \left(1 - \frac{Kh}{Km} Ri, 0 \right) \right]^{1/2} \quad (3)$$

$$Ri = \frac{N^2}{Def^2} \quad Def^2 = A^2 + B^2$$

$$N^2 = \begin{cases} g \frac{d\bar{\theta}_v}{dz} \\ g \left(1 + 1.61 \frac{\epsilon L_v q_v}{RT} \right) (1 + \frac{\epsilon L_v^2 q_v}{C_p RT^2})^{-1} \frac{d\bar{\theta}_v}{dz} \end{cases} \quad \begin{matrix} q_v < q_{vs} \\ q_v \geq q_{vs} \end{matrix}$$

式中 ε = 0.622，L_v 是蒸發 (凝結) 潛熱，為飽

和水汽混合比, θ_e 是相當位溫 (equivalent potential temperature), 在本模式中 K 值取 0.21, 而 $Kh/Km = 3$, $\Delta X, \Delta Z$ 為水平和垂直方向的網格距離, $\Delta X = 1.5 \text{ Km}$, $\Delta Z = 0.5 \text{ Km}$, 其他的符號則沿用傳統的氣象符號。

至於 π 的方程式

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{\bar{C}^2}{C_p \bar{\theta}_v} \left[\frac{\partial u}{\partial X} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial Z} (\bar{\rho} w) \right] = F\pi - \frac{\bar{C}^2 \left(\frac{\partial \bar{\theta}_v}{\partial Z} \right) (\bar{\rho} w)}{(\bar{\theta}_v \cdot C_p \bar{\rho})} - u \frac{\partial \pi}{\partial X} - w \frac{\partial \pi}{\partial Z} - \frac{R_d \pi}{C_v} \left(\frac{\partial u}{\partial X} + \frac{\partial w}{\partial Z} \right) + \frac{C^2}{C_p \bar{\theta}_v} \frac{d\theta_v}{dt} \quad (4a)$$

其中 C 為聲速, 在此方程式中, 如 $\partial \pi / \partial t = 0$, 和 $F\pi = 0$, 則變成非彈性系統中求壓力的方程式。根據分析 (Klemp and Wilhelmson, 1978), 在 (4a) 中令 $F\pi = 0$ 和 $F\pi \neq 0$, 則數值模式中對我們有興趣的物理過程並無太大的影響。所以為了計算機容量的問題, 我們在此計算中令 $F\pi = 0$, 結果 (4a) 變成

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{\bar{C}^2}{C_p \bar{\theta}_v} \left[\frac{\partial u}{\partial X} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial Z} (\bar{\rho} w) \right] = 0 \quad (4b)$$

至於求 θ 的預報方程式為

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -u \frac{\partial \theta}{\partial X} - w \frac{\partial \theta}{\partial Z} + \frac{\partial}{\partial X} \left(Kh \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(Kh \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) + M_\theta \quad (5)$$

M_θ 是與各水質有關的雲物理過程中的潛熱作用, 包括凝結、蒸發、結冰 (freezing)、融解和凝積 (deposition)、昇華 (sublimation) 等, 其式表為

$$M_\theta = -\frac{L_v}{C_p \bar{\pi}} \left(\frac{dq_{vs}}{dt} + E_r \right) + \frac{L_f}{C_p \bar{\pi}} (P_{c_w} + P_{hacw} + P_{stf w} + P_{sacw} + P_{sacr} + P_{iacr} + P_{hfr} + P_{hacr} - P_{imif} - P_{amit} - P_{hmit}) + \frac{L_s}{C_p \bar{\pi}} (P_{int} + P_{idep} + P_{sdep} - P_{isub} - P_{ssub} - P_{hsub}) \quad (6)$$

$\frac{dq_{vs}}{dt}$ 是雲滴凝結或蒸發的速率, L_f, L_s 分別為融解 (結冰), 昇華 (凝積) 的潛熱。 E_r 是雨滴的蒸發速率, 根據 Ogura and Takahashi (1971)

$$E_r = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{(1 - \frac{q_v}{q_{vs}}) C (\bar{\rho} q_r)^{0.525}}{5.4 \times 10^5 + \frac{2.55 \times 10^6}{(\bar{\rho} q_{vs})}}$$

其中

$$C = 1.6 + 124.9 (\bar{\rho} q_r)^{0.2046}$$

在模式中的雲微物理方面, 液相粒子的處理方法是參考 Klemp and Wilhelmson (1978), 而與陳與林 (1983, a) 相同, 至於冰相處理的參數, 則依據 Wisner et al. (1972), Orville and Koop (1977) 及 Lin et al. (1983) 對雲冰、雪和冰雹的處理, 其整個雲微物理過程如圖()所示, 在模式中具有終端速度的降水粒子只有雨滴、雪和冰雹, 其粒徑分布假設呈 Marshall-Palmer 形式

$$N_r(D) = N_{or} e^{-\lambda_r D r}$$

$$N_s(D) = N_{os} e^{-\lambda_s D s}$$

$$N_h(D) = N_{oh} e^{-\lambda_h D h}$$

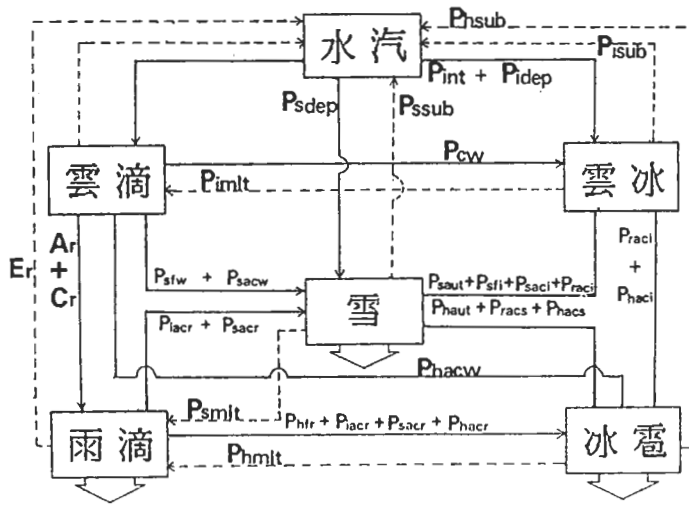


圖 2 模式的雲微物理過程。

N_{or} , N_{os} , N_{oh} 分別是雨滴、雪及冰雹大小分布的擄獲參數 (intercept parameter) 其中 N_{or} 在 Marshall - Palmer (1948) 中採用為 0.08 cm^{-4} , N_{os} 由 Gunn and Marshall (1958) 測量得到, 給定為 0.03 cm^{-4} , 而 N_{oh} 則是根據 Federer and Waldrogl (1975) 觀測得到為 $4 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-4}$ 。Dr, Ds, Dh 是三者粒子的直徑, 至於它們大小分布的斜率寫成

$$\lambda_r = \left(\frac{\pi \rho_w N_{or}}{\rho q_r} \right)^{0.25}$$

$$\lambda_s = \left(\frac{\pi \rho_s N_{os}}{\rho q_s} \right)^{0.25}$$

$$\lambda_h = \left(\frac{\pi \rho_h N_{oh}}{\rho q_h} \right)^{0.25}$$

ρ_w , ρ_s , ρ_h 是三者的密度, 分別為 1 g cm^{-3} , 0.1 g cm^{-3} , 0.917 g cm^{-3} , 關於雨滴終端速度的計算依照 Chen (1986), 採用 Beard (1977) 的形式, 而雪及冰雹的終端速度, 則由 Locatelli and Hobbs (1974) 和 Wisner et al. (1972) 的方法, 依照 Srivastava (1967) 的權重平均求得。所以雨滴

、雪和冰雹的終端速度分別是

$$V_r = 3634 \left(\frac{\rho_0}{\rho} q_r \right)^{0.1346} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{1/2}$$

[cm sec⁻¹]

$$V_s = \frac{C \Gamma (4 + d)}{6 \lambda_s^d} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{1/2}$$

[cm sec⁻¹]

$$V_h = \frac{\Gamma (4.5) (4 \text{ g } \rho_h)}{6 \lambda_h^{0.5} (3 C_D \frac{\rho}{\rho})^{1/2}}$$

[cm sec⁻¹]

ρ_0 表示環境在地面的密度, c、d 為常數分別是 $152.93 \text{ cm}^1 \text{ s}^{-1}$ 和 0.25, C_D 取 0.6 為拉曳係數 (drag coefficient), 在這三者的終端速度上, 雪的速度明顯的較小。

有關水汽、雲滴、雨滴、雲冰、雪、冰雹各項的計算方程式, 是依照 Wisner et al. (1972) 一維模式中的方程式, 以及 Liu and Orville (1969)、Kessler (1969) 和 Srivastara (1967) 的參數方法處理, 寫成

$$\frac{dq_v}{dt} = \frac{\partial}{\partial X} \left(Kh \frac{\partial q_v}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(Kh \frac{\partial q_v}{\partial Z} \right)$$

$$+ P_v \tag{8}$$

$$\frac{dq_c}{dt} = \frac{\partial}{\partial X} \left(Kh \frac{\partial q_c}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(Kh \frac{\partial q_c}{\partial Z} \right)$$

$$+ P_c \tag{9}$$

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial}{\partial X} \left(Kh \frac{\partial q_i}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(Kh \frac{\partial q_i}{\partial Z} \right)$$

$$+ P_i \tag{10}$$

$$\frac{dq_r}{dt} = \frac{\partial}{\partial X} \left(Kh \frac{\partial q_r}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(Kh \frac{\partial q_r}{\partial Z} \right)$$

$$+ P_r + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial Z} (\bar{\rho} V_r q_r) \tag{11}$$

$$\frac{dq_s}{dt} = \frac{\partial}{\partial X} \left(Kh \frac{\partial q_s}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(Kh \frac{\partial q_s}{\partial Z} \right)$$

$$+ P_s + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial Z} (\bar{\rho} V_s q_s) \tag{12}$$

$$\frac{dq_h}{dt} = \frac{\partial}{\partial X} \left(Kh \frac{\partial q_h}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(Kh \frac{\partial q_h}{\partial Z} \right)$$

$$+ P_h + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial Z} (\bar{\rho} V_h q_h) \tag{13}$$

P 項是與各水質有關的產生項，而在(11)、(12)、(13)三式中，等號右邊的最後一項，即是它們的下降

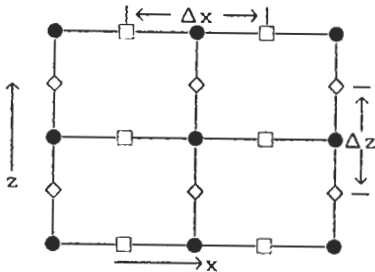


圖 3 交錯網格位置，各變數如下：

● 熱力變數位置：π, θ, Km

● 水汽變數位置：

□ u 的位置

◇ w 的位置

項，有關各產生項的詳細說明在後面附錄中將進一步介紹。

2、數值定差法

為考慮計算所需的時間及儲存資料所佔的空間，模式中在水平及垂直方向採用交錯網格分佈，把有關熱動力的變數及有關水汽的變數放在黑點(●)網格上，而 u (□)、w (◇) 的位置各向左右及上下移半個網格點 (Wilhelmson, 1974)，如圖四所示：

時間上的微分採用二階跳蛙法 (second-order leapfrog)，再加上平滑項的處理 (time smoother) 如 Robert (1966) 所提出的。空間的微分及用來解壓力的時間分割法，大致與 Klemp and Wilhelmson (1978) 相似，只有在與水平速度有關的側邊界條件及平流項不一樣。

為了增加水平平流項 (4 階) 及垂直平流項 (2 階) 的守恆性質 (conservation property)，有關這兩項的數值方法如下：

$$(uu)_x + (\bar{\rho} wu)_z / \bar{\rho} \approx \frac{10}{8} \partial_x (\bar{u}^2 \bar{u}^x)$$

$$- \frac{1}{8} \partial_x (\bar{u}^{3x} \bar{u}^{3x}) - \frac{1}{8} \partial_{3x} (\bar{u}^x \bar{u}^x)$$

$$+ \partial_x (\overline{\bar{\rho}^2 w^x u^x}) / \bar{\rho}$$

$$(uw)_x + (\bar{\rho} ww)_z / \bar{\rho} \approx \frac{10}{8} \partial_x (\bar{u} \bar{w}^x)$$

$$- \frac{1}{8} \partial_x (\bar{u}^x \bar{w}^{3x}) - \frac{1}{8} \partial_{3x} (\bar{u}^{3x} \bar{w}^x)$$

$$+ \partial_x (\overline{\bar{\rho}^x w^x w^x}) / \bar{\rho}^x$$

$$\bar{\rho}^x$$

其中

$$\partial_{nx} \phi(x_j) \equiv \frac{1}{n \Delta x} \left[\phi(x_j) + \frac{n \Delta x}{2} \right]$$

$$\phi(x_j)_{n\Delta x} \equiv \frac{1}{2} \left[\phi\left(x_j + \frac{n\Delta x}{2}\right) - \phi\left(x_j - \frac{n\Delta x}{2}\right) \right]$$

與水質有關的變數 (ϕ) 的平流項的數值近似法為

:

$$(u \phi_x) + (\bar{\rho} w \phi)_z / \bar{\rho} \approx \frac{10}{8} \partial_x (u \bar{\phi}^x)$$

$$u^x \bar{\phi}^x - \frac{1}{8} \partial_x (u \bar{\phi}^{3x}) - \frac{1}{8} \partial_{3x}$$

$$(u \bar{\phi}^x) + \partial_x (\bar{\rho}^x w \bar{\phi}^x) / \bar{\rho}$$

至於位溫的近似方法則和 Klemp and Wilhelmsen (1978) 相同。

3、探空資料與初始條件

以 1985 年 5 月 28 日 12 Z 東港的探空資料作為模式的初始值，那時已有雨帶 (rain band) 靠近東港探空站。而將其改變使得在 4 Km 以上的穩定性減少，在低層有較高的風切 (wind shear) 值，如圖四所示，整個模擬的範圍以 15 m sec^{-1} 的速度向東移動，以確保雲的活動維持在模式範圍的中心附近。最初雲是由熱力作用所引起的，而其地區性的熱源形式如下：

$$\Delta \theta = 7.5^\circ \text{C} \times \cos^2 \left(\frac{\pi \beta}{2} \right) \quad \text{當 } \beta < 1$$

其中

$$\beta = \left[\left(\frac{x - x_c}{x_r} \right)^2 + \left(\frac{z - z_c}{z_r} \right)^2 \right]^{1/2}$$

熱胞的中心在 $(x_c, z_c) = (30 \text{ Km}, 1.7 \text{ Km})$ ，其半寬長 (half-width) 和半高長 (half-depth) 分別為 $x_r = 7.5 \text{ Km}$ 和 z_r

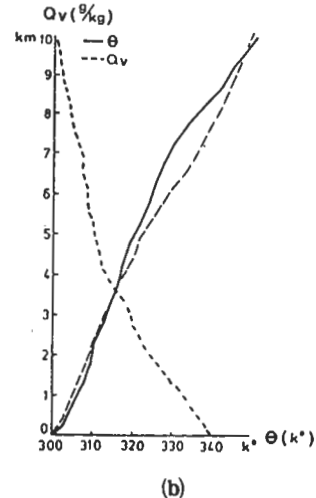
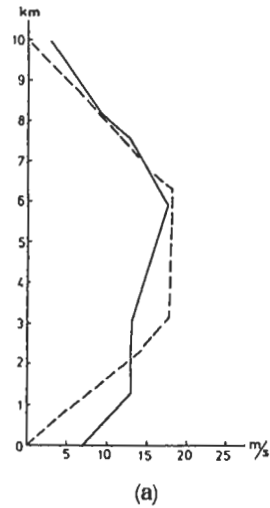


圖 4 (a)實線是觀測的風場，點線是模式採用的初始風場。
(b)虛線是觀測的位溫，實線是模式採用的值，另外點線是在模式中使用的觀測水汽場。

$= 2.2 \text{ Km}$ 。

熱胞所用的 7.5°C 是我們使用最小的溫度，若比 7.5°C 小則由熱胞所產生的對流無法在模式中持續下去。

三、模擬結果分析與比較

本文所要探討的是冰相粒子存在時，對整個對

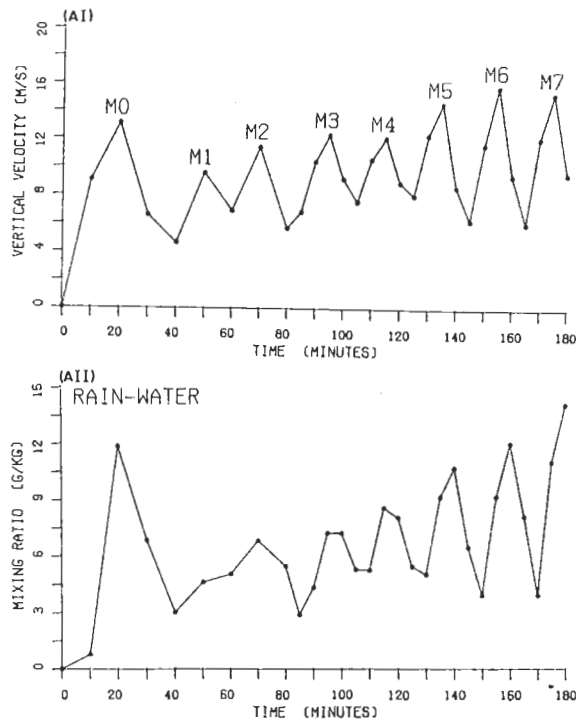


圖 5 最大上升速度及雨水最大量隨時間變化圖。

(A)個案 A 不含冰相粒子。

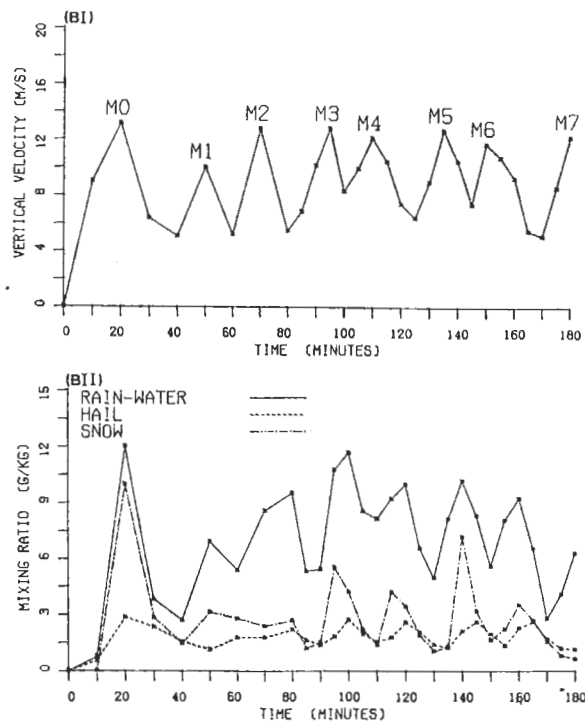


圖 5 最大上升速度及雨水，雪和冰雹最大量隨時間變化圖。

(B)個案 B 含有雲冰，雪，冰雹三種冰相粒子。

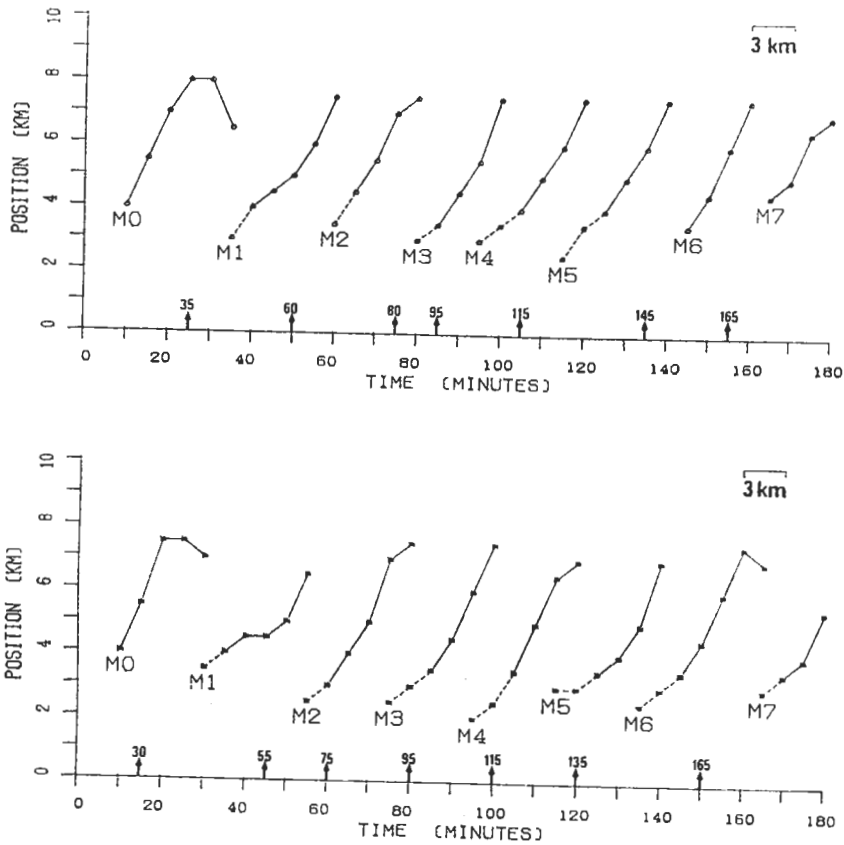


圖 6 上升速度最大值高度位置與時間的相關圖。

(A)個案 A 不含冰相粒子。

(B)個案 B 含有雲冰，雪，冰雹三種冰相粒子。

流系統的影響，因此利用陳與林（1983, a）只有液相粒子的模式，來與前述含有冰相粒子模式的模擬結果作一比較。下面討論中將不含冰相粒子的模式結果表為個案 A，含有雲冰、雪、冰雹三種冰相粒子模式的結果為個案 B。圖 6 是最大上升速度及降水粒子：雨滴、雪和冰雹最大值隨時間變化的情形，(A)圖為個案 A 的模擬結果，最初由於水汽凝結潛熱釋放，而有一個對流胞（M0）開始成長，在 20 分鐘時，上升速度達到最大強度，此時相對地雨水量也增加到最大值（圖 A II）；另外於雲區的低層部份有一個新生胞（M1）生成，約在降雨產生的冷空氣外流區前緣低層入流（inflow）區，與原先對流胞的上升氣流相鄰，M1 生成後，起初是

在 M0 雲區低層的前方，而後漸漸成長，產生降雨且合併到 M0 中，使得整個對流系統不致因為 M0 的減弱而消散。如此一個對流胞生成成長產生降水，而後逐漸減弱並消散，同時在低層有一個新生胞生成，此新生胞再成長並合併到原有的對流系統中，使得這個對流系統能夠維持一長生命期的成長。在所模擬的 3 個小時中，就有類似的 8 個對流胞生成發展，而其週期大約 15~20 分鐘。個案 B 所得模擬結果 (B) 圖，在 3 小時中也有相同的 8 個對流胞生成，其最大上升速度的強度，在起先時比個案 A 還大，但到後面時間強度反而較小，這是因為上層有雪生成產生大量的潛熱釋放，使得上層溫度增加很大而變得較穩定，同時阻礙氣流的上升發展，所以

到後面時間的強度已較弱，吾人將在後面利用壓力場的診斷分析說明上層因潛熱釋放造成的浮力及壓力梯度作用，在有冰相與沒冰相中對垂直速度的影響。

圖(a)是上升速度最大值(實線)的高度位置與時間的相關圖，可以視為一個個對流胞由下層生成成長到上層中；另外點線部份雖非當時的最大上升速度位置，但代表一個新生胞在低層生成地區中最大上升速度(其大小均在 2 msec^{-1} 以上)的高度，因此由圖(a)可以看到對流胞生成和成長的位置與時間關係，這二個個案中 8 個對流胞產生的時間，以及成長的情形大略相同，一個對流胞成長到高層(約 6~7 公里)時，低層中有另一個新生胞生成，但在個案 B 中有幾個對流胞，如 M 2、M 3、M 6，比個案 A 生成的時間都有明顯提早的情形，主要由於在個案 B 中低層新生胞的地區向上的壓力梯度力較大所造成的，以 M 6 對流胞為例，在後面圖(b)與圖(c)中有詳細的說明。此外圖中箭號所在的位置是地面陣風鋒(gust front)的位置，地面鋒面位置的決定，是以最低層中負的溫度偏差區其值在 -0.5°C 以上，同時最低層中水平風速變化也是最大的位置(即水平輻合最大地區)，定為鋒面的位置，圖中水平軸每格的距離是 3 公里，上頭的數字表示模擬的時間，以分鐘計算，可以看出新生胞生成的位置約在地面陣風鋒面前 3~5 公里處；而對於對流胞的發展中，其主要上升氣流與陣風鋒相距的距離也維持在 0~5 公里之間，這與 Ikawa et al. (1987) 研究日本海上的雪帶(snow band)時，發現陣風鋒與主要上升氣流區間的距離總是維持在 0~8 公里，有相同的結果。

為了更清楚整個對流胞的生成及成長的結構，就模擬所得壓力擾動場、垂直速度、風場結構、溫度偏差量及雲雨區和雲冰、雪、冰雹的分布場，從 6900 秒到 8400 秒每隔 10 分鐘的結果來比較這二個個案中因冰相粒子的存在有何影響，這時間正好是對流胞 M 5 從生成到消散而 M 6 生成的時間。圖(b)是個案 A 的模擬結果，6900 秒時(a)圖中最大上

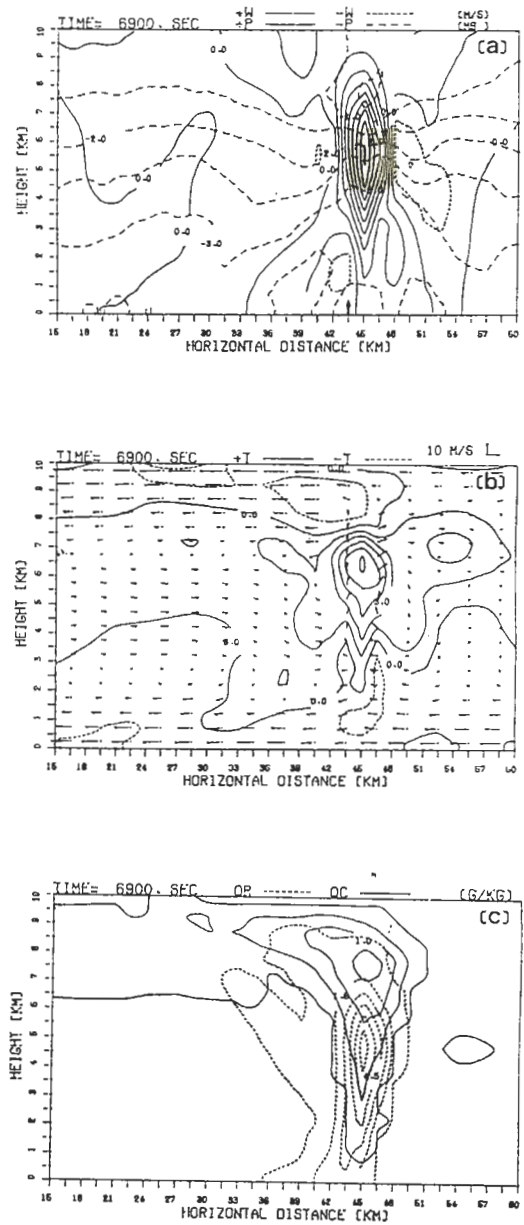


圖 7 I 個案 A 6900 秒~8400 秒模擬結果，(a)垂直速度與壓力擾動場，其間距分別為 1.5 ms^{-1} 及 0.5 mb 。(b)風場與溫度偏差量，等值線的間格為 1.5°C 。(c)雲區(實線)兩區(點線)分布，雲區最小值是 0.01 g/kg ，間距為 0.5 g/kg ，兩區最小值是 0.2 g/kg ，間距為 1.5 g/kg 。

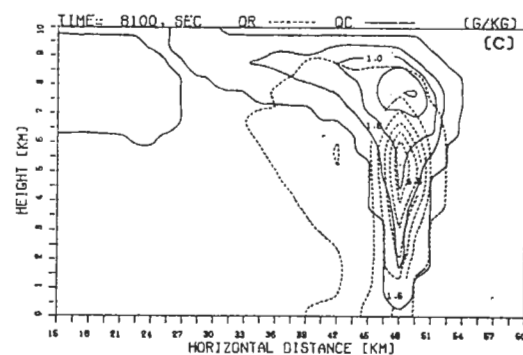
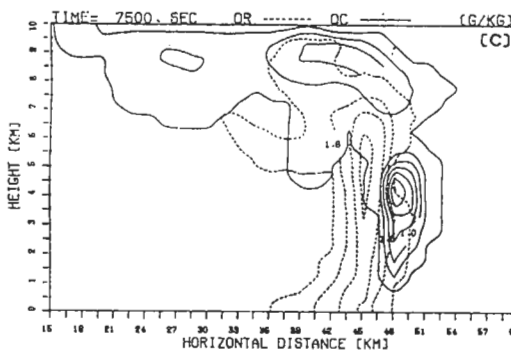
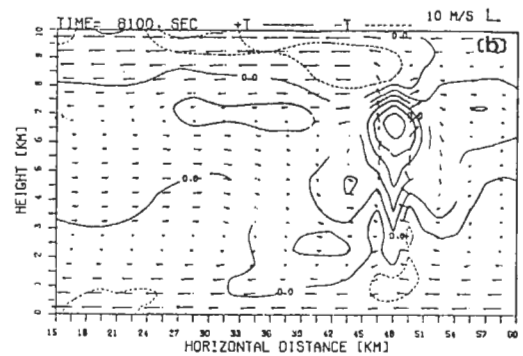
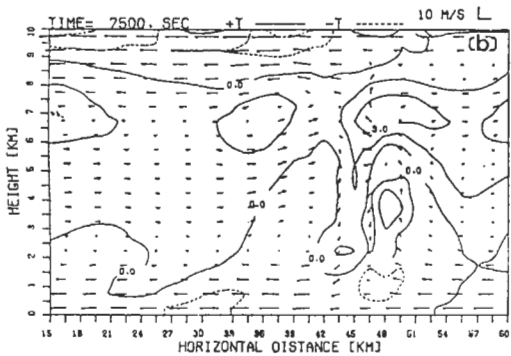
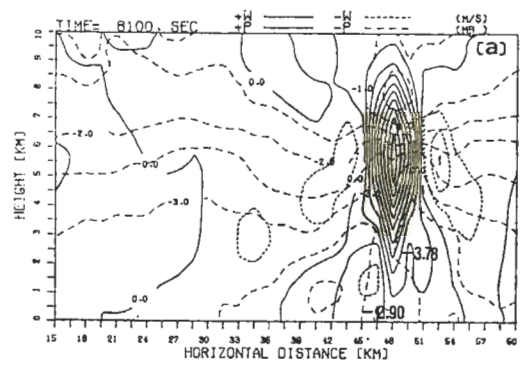
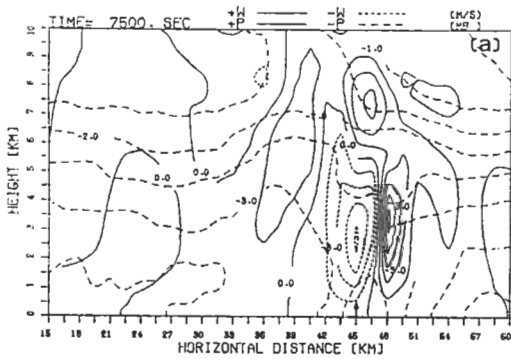


圖 7 Ⅰ 個案 A 7500 秒模擬結果。

圖 7 Ⅱ 個案 A 8100 秒模擬結果。

升速度位在 5.75 公里高度，這是 M 4 對流胞發展的位置，此時 M 4 已達最大值，而後逐漸減弱進入消散期，同時低層約 2.5 公里高，靠近原上升氣流區前面附近，有個較小的上升氣流存在，這正是新生胞 M 5 成長開始，地面箭號正是陣風鋒的位置；

7500 秒時新生的 M 5 對流胞合併到原系統中維持著對流系統的繼續發展。秒到 8100 秒是 M 5 對流胞從發展到成熟，8100 秒(a)圖 M 5 已發展到最大強度，而低層層中又有一較小的上升氣流區存在，就是 M 6 新生胞的生成。以後 M 5 開始減弱而 M 6

對流胞逐漸成長，所有的結構分布與M 5的成長時相同，如此一個對流胞生成發展，而後再減弱消散，並有新生對流胞在低層生成，使得這個對流系統能夠維持長生命期的成長。

圖(V)為個案B模擬結果，整個垂直速度與風場的結構並不因為冰相粒子存在而有很大的差異，6900秒(a)圖中相同有個上升速度的極大值在上層相對是M 4對流胞的位置，低層中亦有個較小的上升氣流區為M 5新生胞的生成，與個案A的結果相同，(b)圖中因為有冰相粒子的存在，尤其是在高層中當冰相粒子生成時會有大量的潛熱釋放，使得整個上層溫度偏差量比個案A來得大，而且大很多；此熱量使得空氣膨脹造成在(a)圖的壓力擾動場有個

向下的梯度力，因此雖然在下層的上升速度個案B比個案A還大，但此向下的壓力梯度較個案A的梯度值大很多阻礙氣流的上升，故(b)圖中主要上升氣流的外流區比個案A低約1公里。(d)圖中高層有雲冰及雪的生成，造成雲滴的量減少，相對地雨滴量也較少，但在中低層由於雪及冰雹融解而轉換為雨滴，使得雨水量較大，同時在個案A中雨水的形成只能靠雲滴的聚集產生，故地面降水範圍只在主要雲區下，但在個案B中整個雲區後方大都為雪及冰雹，因而當它們下降後融解，造成地面附近的雨水帶拖的很長，在(b)圖中亦可看到地面有一個較大範圍的溫度偏差負區，便是這些雨水蒸發造成。7500秒時冰雹的量大多已降到低層並融解，故雨水的分

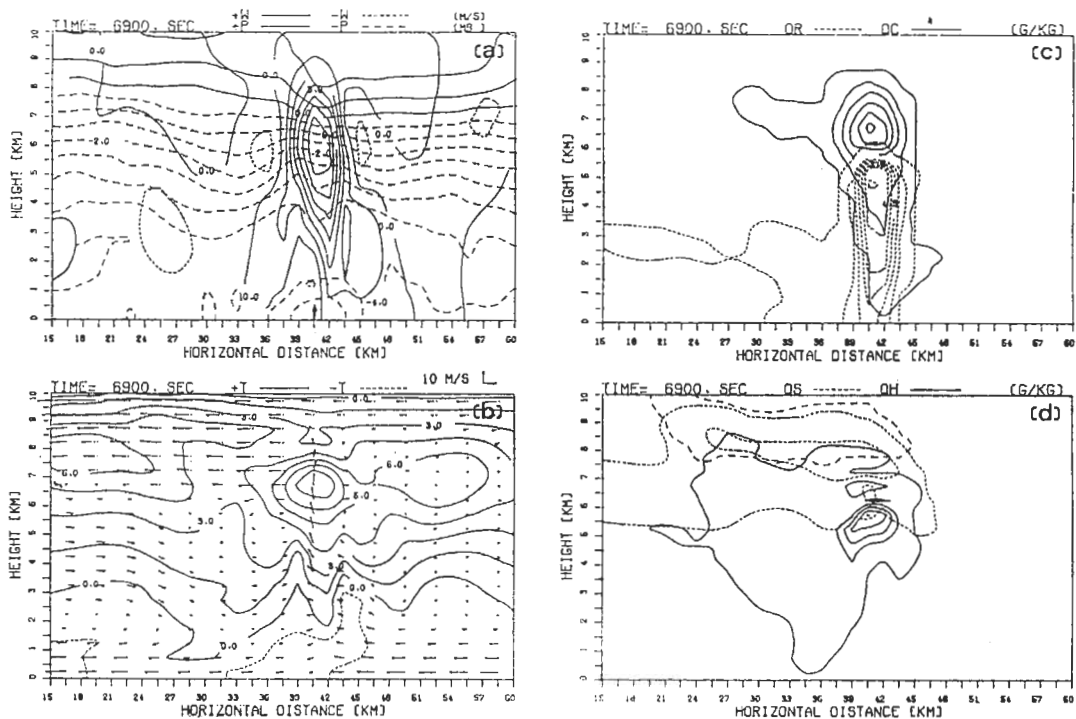


圖 8 I 個案B 6900秒~8400秒模擬結果，(a)垂直速度與壓力擾動場，其間距分別為 1.5ms^{-1} 及 0.5mb 。(b)風場與溫度偏差量，等值線的間格為 1.5°C 。(c)雲區(實線)雨區(點線)分布，雲區最小值是 0.01g/kg ，間距為 0.5g/kg ，雨區最小值是 0.2g/kg ，間距為 1.5g/kg 。(d)冰雹(實線)，雪(點線)，雲冰(虛線)分布，冰雹最小值是 0.2g/kg ，間距為 0.5g/kg ，雪最小值是 0.2g/kg ，間距為 0.5g/kg ，雲冰的間距為 0.5g/kg 。

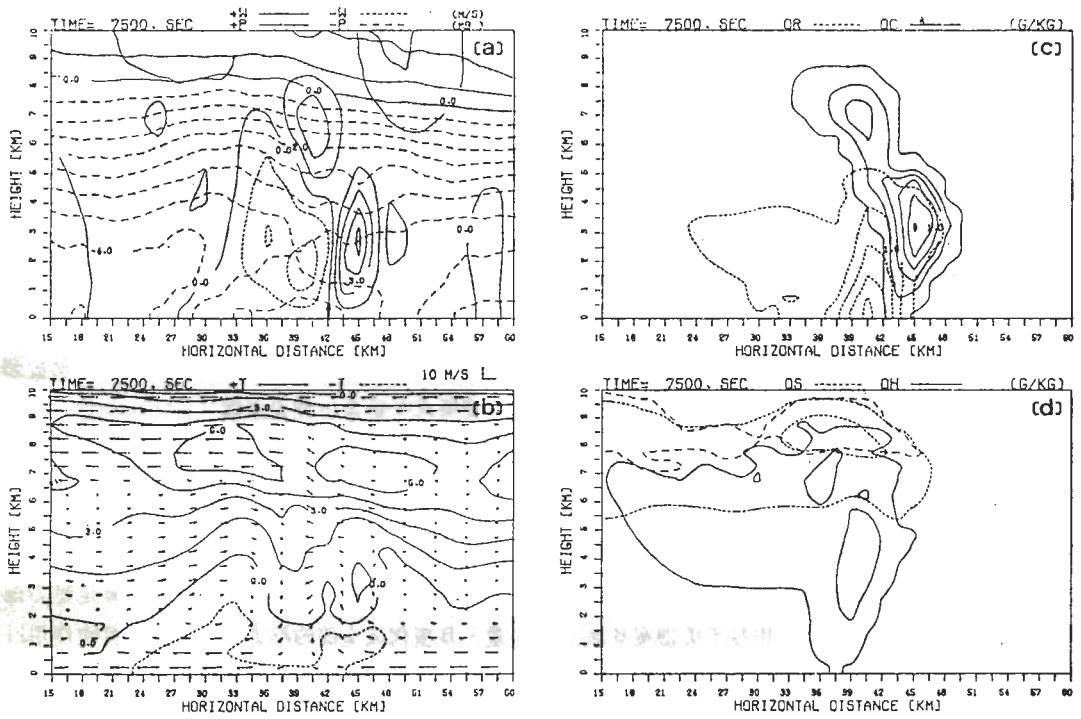


圖 8 I 個案 B 7500 秒模擬結果。

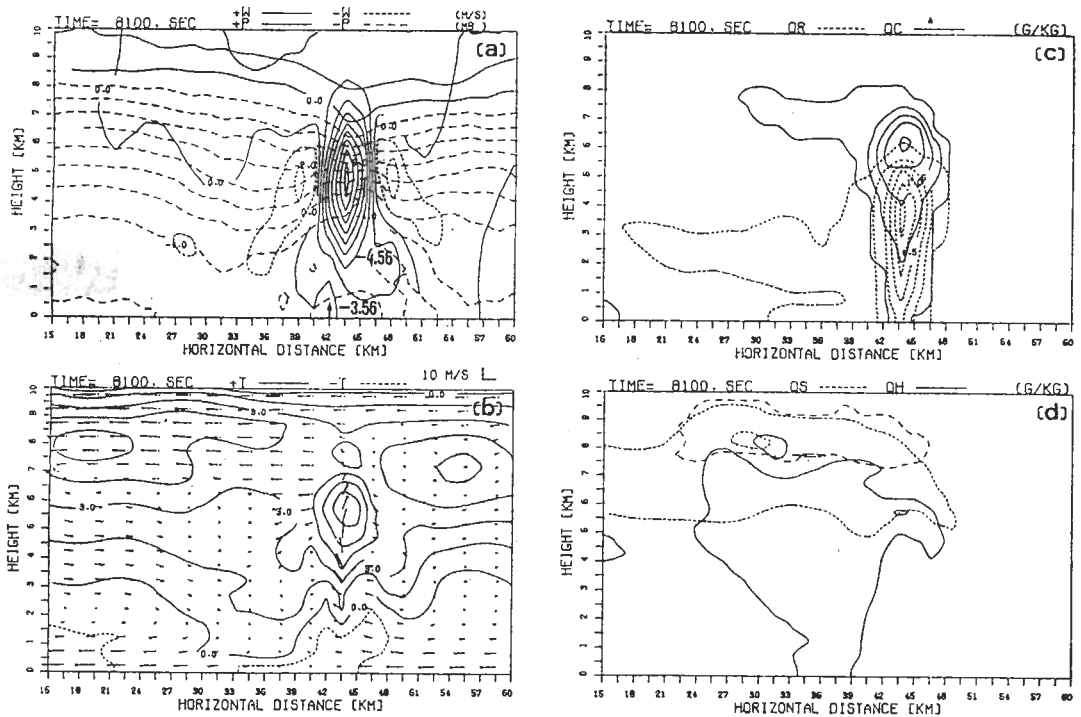


圖 8 II 個案 B 8100 秒模擬結果。

布主要在 4 公里以下，同時在地面有個極值存在，這種情形在 6300 秒、8700 秒等其他時間亦有出現；而後雨水下降同時造成雨滴的暈及分布變的較小。到了 8100 秒時，M 5 發展到最大使得雨水量又再度增加（c 圖），同時在(a)圖的低層中又有一較小上升氣流存在，便是新生胞 M 6 生成的結果，而這時在最低層有個高壓區存在（由雨滴蒸發冷卻造成的），當中數字代表其擾動值，在其上方有個低壓區，這個個案低層的壓力梯度比個案 A（圖七）相同時間中的壓力梯度來得大，故 M 6 的生成亦較早。

關於冰相粒子存在時對地面雨量的影響作用，在圖(八)中明顯可看到，冰雪的融解是雨水的主要來源，而對地面雨水最大量的比較結果在圖(九)，實線是個案 A，虛線是個案 B，有冰相粒子的個案 B 地面雨量顯著比個案 A 較大，因為溫度小於 0°C 中，水汽對水未飽和時，對冰而言可能已達飽和，故水汽會凝積產生冰及雪（個案 B），當這些冰粒子成長後下降到融解層以下時，會融解為雨滴，故雨水的來源增加了，相對地面雨量也會增加。尤其是個案 B 中有雪的存在，由雪轉變為冰雹同時降雪降後也會融解，故雨滴分布與地面的雨水量大很多。

拿地面雨水量的變化圖與圖(八)中冰雹最大值的變化情形來對照，發現在冰雹達到最大量後，地面的雨水才到達最大值，由此可再證明雨水在含有冰相粒子中其主要來源是由冰雹融解得到的。

前面討論到冰相粒子存在時，上層由於潛熱釋放有個高溫區存在，而因浮力作用增強其上升速度，但同時亦有個壓力造成的向下作用力，所以對垂直速度而言，將造成不同的影響，故利用壓力場的診斷分析來探討有冰相與沒有冰相的垂直動量關係。在模式中動量方程式表為

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -C_p \bar{\theta}_v \nabla \pi + B \cdot \vec{K} + \vec{F}$$

\vec{v} 代表速度， $\bar{\theta}_v$ 是平均位溫， π 是壓力偏差量，B 項代表全部的浮力項，包括位溫的作用以及相位變化的潛熱作用，F 是亂流混合項，將上式取輻散量，並利用非彈性連續方程式， $\nabla \cdot \bar{\rho} \vec{v} = 0$ ，可以求得氣壓場的波桑方程式：

$$C_p \nabla \cdot (\bar{\rho} \bar{\theta}_v \nabla \pi) = \frac{\partial}{\partial Z} (\bar{\rho} B) - \nabla \cdot (\bar{\rho} \vec{v} \cdot \nabla \vec{v}) + \nabla \cdot (\bar{\rho} \vec{F})$$

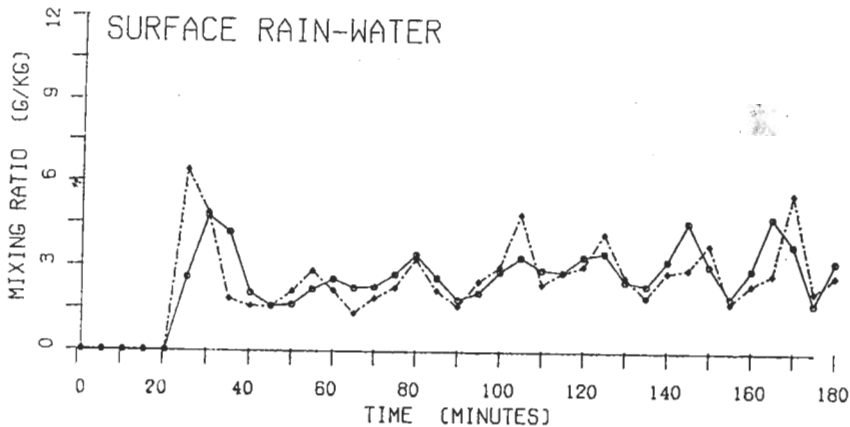


圖 9 地面雨水最大量隨時間變化圖。
個案 A：實線，個案 B：虛線。

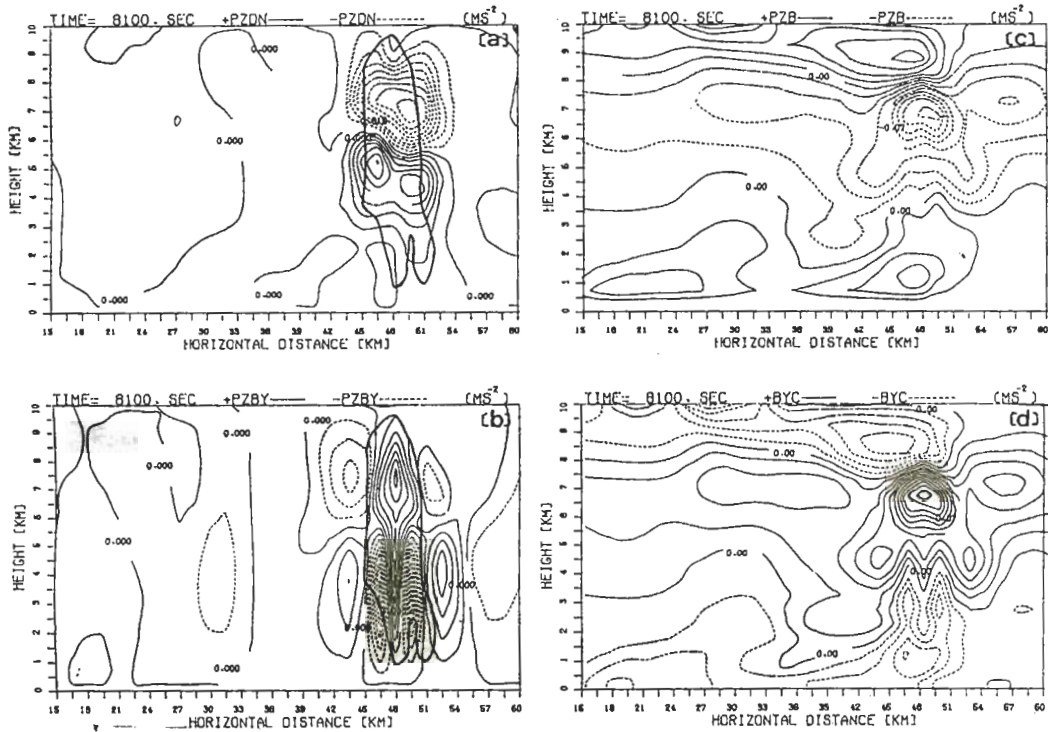


圖10 個案A 8100秒時壓力診斷分析結果，(a)與動力有關的壓力梯度力。(b)與浮力有關的淨作用力。(c)浮力項貢獻的壓力梯度。(d)純浮力作用。

依照 Wilhelmson and Ogura (1972) , Schlesinger (1980) 以及 Rotunno and Klemp (1982) 的方法，將壓力項分成兩部份

$$\pi = \pi_{dh} + \pi_b$$

其中 π_{dh} 與 π_b 分別代表由動力項與浮力項造成的氣壓場，在計算 π_{dh} 時，混合項的輻散量 $\nabla \cdot \rho \vec{F}$ 不予考慮。所以在討論一個對流系統的壓力梯度力時，將垂直的動量方程式改寫為：

$$\frac{dw}{dt} = -C_p \bar{\theta}_v \frac{\partial \pi_{dh}}{\partial Z} - C_p \bar{\theta}_v \frac{\partial \pi_b}{\partial Z} + B$$

$$\frac{dw}{dt} = \underbrace{PZDN + PZB + BYC}_{PZBY}$$

PZDN, PZB, BYC 分別為動力項相關的壓力梯度力，從浮力項所貢獻而來的壓力梯度力及純浮

力項，而 PZBY 是 PZB 與 BYC 兩項的相加和，相當於與浮力有關在垂直加速度上的淨效果。下面是 8100 秒時的分析結果，圖(+)是個案 A，圖(+)是個案 B 的分析，其中(a)圖是與動力項有關的壓力梯度力 (PZDN)，(b)圖是與浮力有關的淨效果 (PZBY)，(c)圖與(d)圖分別是由浮力項所貢獻的壓力梯度 (PZB) 及純浮力作用 (BYC)，圖(+)及圖(+)的(a)圖中在主要上升氣流區（粗線部份）上約 5~7 公里處有個負區存在，形成對上升氣流的一種阻力，相對在(b)圖中 5~7 公里間因潛熱釋放產生的浮力作用而有个正區存在，此正的作用會幫助對流發展；8100 秒時對這兩個個案而言都是在 M 5 對流胞成長到最大時，而圖(+)中上升速度最大值，個案 A 比個案 B 來的大，從圖(+)、(+)的(a)、(b)圖合成量來看，(a)圖的值兩者差不多，但在(b)圖的主要上升氣流中，圖(+)就比圖(+)明顯的大，因此對整個上升加速度而言，在主要上升氣流區，個案

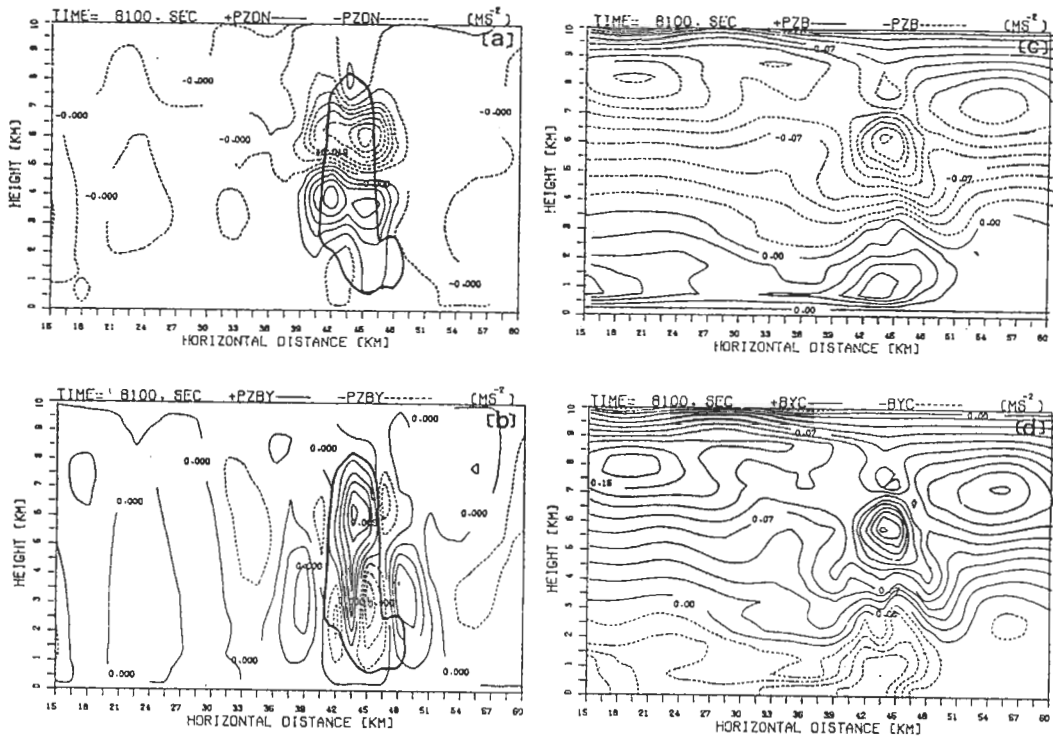


圖 11 個案 B 8100 秒時壓力診斷分析結果，(a)與動力有關的壓力梯度力。(b)與浮力有關的淨作用力。(c)浮力項貢獻的壓力梯度。(d)純淨力作用。

B 的向上作用力較小，造成上升氣流無法衝到很高層，故前面圖(七)圖(V)的(b)圖討論風場結構時，個案 B 主要上升氣流的外流區比個案 A 低了約 1 公里左右。此外從浮力有關作用上分成兩項(c)圖與(d)圖來看，個案 A 與個案 B 在低層中差異很小，但上層中個案 A 圖(十，c)的最上層有個正區存在，而此正區底下有個負區存在，其值並不很大，同樣地圖(十，d)完全由浮力作用中，上層的值亦不很大，而正負區的配置與(c)圖相反；個案 B 上層中因冰相粒子生成有大量的潛熱釋放，使得圖(十一，d)整個上層因浮力作用存在有個很大的正區，而相對地上層中因浮力的作用很大，由浮力項所貢獻向下的壓力梯度力圖(十一，c)亦比圖(十，c)來得大，但因此兩項的和才是真正浮力造成的加速度，因此在個案 B 中純浮力作用與浮力項貢獻的壓力梯度力雖然很大，但其總和與浮力有關的淨作用圖(十一，u)與個案 A 圖(十，b)比較並沒有

那麼大的差別。所以就有冰相存在與沒有冰相時比較，其垂直方向的加速度，由壓力場的診斷分析中發現，對於對流系統的發展而言，兩者的相差很小，當有冰相存在時，由於與動力有關的壓力所產生向下的壓力梯度力($\partial \pi / \partial t$)相差有限，而影響其發展的因素主要是浮力相關的作用，在主要上升氣流區中，因冰相生成時雖有較大的浮力，但同時也受到較強的阻力，影響到主要上升氣流區中的氣流外流高度，無法到達像沒冰相時的高度。由(b)圖的比較個案 A 雖然較大，但就浮力作用與浮力項形成的壓力梯度力，在高層個案 B 因冰相的存在明顯的較大，因此兩項的作用相反互相抵消，才造成向上的作用力較小，故對系統發展而言，冰相粒子存在時，高層中由潛熱作用提供的浮力影響是不容忽視。

四、結論

利用含有冰相粒子的二維雲模式來模擬一個長生命期的對流系統，可以將其生長的結果模擬出來，而與沒有冰相的模式結果做比較，發現對系統的發展並沒有多大的差異，其明顯的影響是在上層中，上層由於水氣的凝積或者雲滴雨滴的轉換而產生冰相粒子，這之間相位變化所造成的潛熱釋放，比沒有冰相粒子時的凝結過程來的大，使得上層的溫度增加很多；有關冰相粒子存在時對雲物理影響的差別，就在雨滴的生成和低層降水的來源，在沒有冰相時，雨滴僅靠雲滴的聚集產生，當有冰相粒子存在時，冰雹具有的終端速度較雨滴來得大，故在其生成後能夠迅速的落下，使得低層及地面由於冰雹的融解而有大量雨水，所以冰相粒子存在時雨水的主要來源是由冰相粒子的融解得到的，故在研究對流系統產生的降雨，冰相粒子的影響是不容忽視的；尤其是當有冰相粒子存在時，由前面的分析比較在主要上升氣流區後方由於冰相粒子融解（包括由雪的融解），在低層有雨滴的產生，使得雨區的分布更廣，這是與無冰相時最明顯的差別，另外沒有冰相時，在6~10公里間有雲區存在，但有冰相時，雨水和冰粒子的分布能廣佈在2~10公里處，比沒有冰相時的厚度大很多，這亦將會對輻射量造成影響，也值得去探究。

Yoshizaki (1986) 使用二維模式模擬熱帶颶線 (Squall-line)，雖然他的雲物理參數主要亦是參考 Lin et al. (1983)，但這個模式中沒有雪而以霰取代，二者的終端速度雖很相近，而霰的擄獲係數卻比雪大很多，在模擬結果顯示，有冰相存在時，因霰的融解可以明顯看到有融解層 (melting level)，而融解層下方由於霰融解有個微弱的冷卻區存在，在融解層上面由霰捕獲雲滴以及水汽凝積成霰而有加熱的情形，另外雲底則因雨滴的蒸發造成有個冷卻區；在吾人的結果中，雲底也因雨滴蒸發有個冷卻區，但雪融解造成的負溫度區並沒有存在，因有不少的冰雹由雪轉換而來，同時冰雹的下降速度快，停留在 0°C 附近的時間很少不容易在融解層附近融解產生負溫度區，但在較低層中有明顯的零線存在，相對冰雹和雨

滴的分布，可以證明冰雹融解造成溫度偏差的負值產生。

Nicholls (1987) 也是用一個二維模式模擬熱帶颶線，在他的模式中亦含有液相及冰相兩種粒子，模擬結果得到有冰相存在時，對於整體的結構發展沒有很大的差異；其模式內垂直高度有20公里，因而能比較出在有冰相存在時，雲頂的發展較高，與較高的雲頂配合，有冰粒子的垂直速度在高層中較大，就整個時間平均，最大垂直速度大約 1.5 m sec^{-1} ，同時冰相粒子存在時上層雲區有較高的溫度，使得冰相在上層中顯得更重要，故低層中沒有多大差異，但在高層就有明顯的不同。這些結果都和本文模擬所得由於冰相粒子生成的潛熱釋放造成的結果相同。爲了了解是否因模式高度的限制，使得含有冰粒子在高層中限制其發展，故將模式垂直高度擴展到13公里，圖(2)是最大上升速度的時間變化圖，實線是有冰相的結果，虛線則是沒冰相的結果，結果比較在模擬時間70~110分鐘含有冰相的最大上升速度比沒冰相的結果大很多，但到了170分後有冰相的速度則較小，是冰相造成在上層的溫度增加，使得大氣較穩定，雖然模式較高對流系統能發展較高，而上層仍有個較大的向下壓力梯度力，會阻礙氣流的發展。以1987年台灣地區 TAMEX 計劃研究期間5月16日的一個颶線系統模擬（陳景森教授的初步研究）結果顯示，圖(3)也是最大上升速度隨時間的變化，模擬結果發現有冰相存在與沒有冰相的最大上升速度比較亦是有時前者較大，有時後者較大，但因冰相的潛熱影響，使得最後大氣變較穩定，造成上升速度比沒冰相時爲小。對這兩個的初始場來說，在上層中均較潮濕，故考慮冰相粒子存在時，上層中易有雲冰或雪產生，造成大量的潛熱釋放，所以當有冰相時存在一明顯溫度增加區在上層中，若是其他不同的探空資料，有不一樣的初始場，可能就不會有這種現象，沒有冰相與有冰相粒子的結果比較，亦可能有不同的結果。

在大氣的對流層中常見有冰相粒子的存在，因此在研究對流系統的發展，須要考慮冰相粒子的影

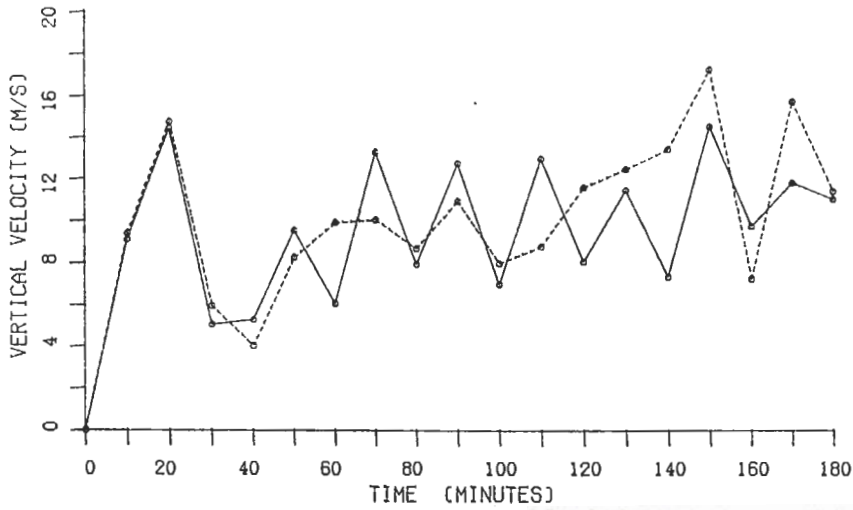


圖12 模式垂直高度擴展到13公里，最大上升速度隨時間變化圖形，實線是有冰相的結果，虛線是沒有冰相的結果。

霽及所佔的重要性；而藉由模式的模擬能了解冰相粒子所扮演的角色，同時找出其影響的因素。對於處在中低緯度地區的台灣而言，冰相粒子的種類如冰霰本身雖然少見，但在民國76年6月4日台北地區亦曾下一場冰霰，因而對於冰相粒子有關的研究在國內亦是不可忽視，在國外對冰相參數處理已有

很多學者做過，而國內目前為止還很少，因此希望藉由此研究以建立一個含有冰相的雲模式，同時將模式擴展到三維也是必然的趨勢，因為大氣中很多的現象都是三維的現象，必須採用三維模式模擬，如此才能與真正的情況配合，做更多更詳細的探討，亦才能完全的掌握天氣。

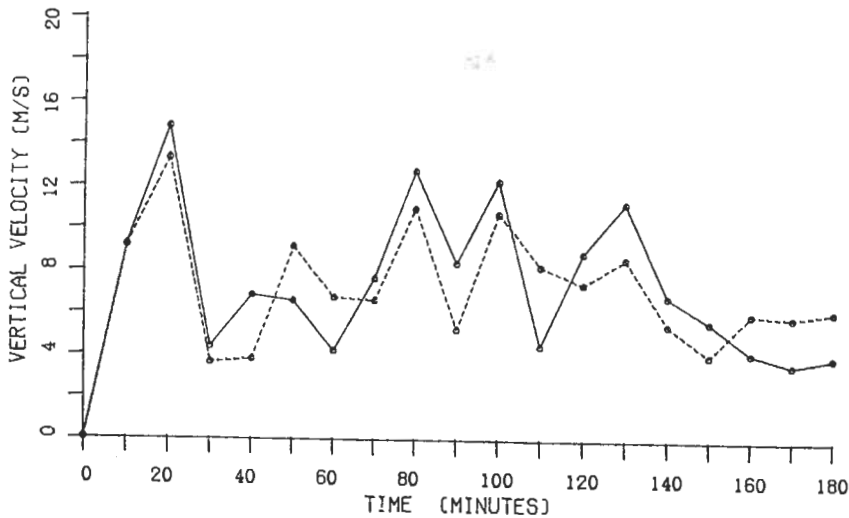


圖13 1987年5月16日TAMEX-10P2個案模擬研究，最大上升速度隨時間變化的結果，實線是有冰相的結果，虛線是沒有冰相的結果。

誌謝

感謝國科會 NSC 76-0202-M008-22 計劃在經費上的資助。另外也要感謝國立中央大學電算中心與大氣物理所微電腦中心所提供的計算機使用協助，以及洪秀雄老師和林松錦老師提供的使用軟體，使本文得以完成。

附錄：

前面提到有關模式內各產生項的計算，在這裡有詳細介紹。

(一)雪的產生項：

$$P_s = P_{saut} + P_{sacw} + P_{saci} + P_{sfr} + P_{sfi} + P_{sdep} + P_{raci}(\delta_3) + P_{iacr}(\delta_3) + P_{sacr}(\delta_2) - P_{racc}(1 - \delta_2) - P_{hacc} - P_{haut} - P_{ssub} - P_{smit}$$

式中 δ 的定義為

$$\delta_2 = \begin{cases} = 1 & \text{當 } q_r \text{ 和 } q_s < 10^{-4} \text{ gg}^{-1} \\ = 0 & \text{其他情形} \end{cases}$$

$$\delta_3 = \begin{cases} = 1 & \text{當 } q_r < 10^{-4} \text{ gg}^{-1} \\ = 0 & \text{其他情形} \end{cases}$$

模式中較複雜的部份，就是含有 δ 項的捕獲計算，在冰雹的產生中，亦會有 δ 項的存在，不過與這裡是相對地，即表示這些捕獲的作用關係到雪和冰雹二者的產生，但只允許有一種的存在。當雨滴較小而小於 10^{-4} gg^{-1} 時，和雲冰的碰撞，不論是雲冰捕捉 (accretion) 雨滴或者雨滴捕捉雲冰，產生的只是較小的雪，如果雨滴大於 10^{-4} gg^{-1} 時，則將產生冰雹；同樣地若雨滴和雪都小於 10^{-4} gg^{-1} 時，二者的捕捉作用亦只產生雪，

但若是有一種大於 10^{-4} gg^{-1} 時，則會生成冰雹。

(1)雲冰自動轉換 (autoconversion) 成雪

根據 Kessler (1969) 的參數化方法，模擬雲滴相撞合併的過程，而將雲冰聚集成雪的速率寫為

$$P_{saut} = \alpha_1 (q_i - 0.001) \quad (A1)$$

其中與速率有關的係數 α ，是個溫度相關的參數

$$\alpha_1 = 10^{-3} \exp [0.025 (T - T_0)]$$

(2)捕捉作用

對於與雪有關的捕捉過程，模式中總共有七種，其中除了冰雹捕捉的作用，以及雨滴或雪大於 10^{-4} gg^{-1} 而雨滴捕捉到雪時，對雪而言是負的成長外，其他的五項都是增加雪的作用。而雪捕捉雲冰、雲滴和雨滴分別為

$$P_{saci} = \frac{\pi E_{si} N_{os} C q_i \Gamma (3 + d)}{4 \lambda_s^{3+d}} \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{1/2} \quad (A2)$$

$$P_{sacw} = \frac{\pi E_{sw} N_{os} C q_c \Gamma (3 + d)}{4 \lambda_s^{3+d}} \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{1/2} \quad (A3)$$

$$P_{sacr} = \pi^2 E_{sr} N_{os} N_{or} |V_s - V_r| \left(\frac{\rho_w}{\rho}\right) \times$$

$$\left(\frac{5}{\lambda_r^5 \lambda_s} + \frac{2}{\lambda_r^5 \lambda_s^2} + \frac{0.5}{\lambda_r^4 \lambda_s^3} \right)$$

(A4)

各個收集效率 E 值，除了 $E_{si} = \exp [0.025 (T - T_0)]$ 外，其他 E_{sw} 及 E_{sr} 在模式中均假設為 1。另外雨滴捕捉雲冰及雲冰粒子捕捉雨滴，若雨滴小於 10^{-4} gg^{-1} 則將產生雪，但是大於 10^{-4} gg^{-1} 時，則產生冰雹而不是雪，其產生率為

$$P_{raci} = \frac{\pi E_{ri} N_{or} a q_i \Gamma(3+b)}{4 \lambda_r^{3+b}} \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{1/2} \quad (A5)$$

$$P_{iacr} = \frac{\pi^2 E_{ri} N_{or} a q_i \Gamma(6+b)}{24 M_i \lambda_r^{6+b}} \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{1/2} \quad (A6)$$

E_{ri} 亦為 1，而一個雲冰粒子的量 $M_i = 0.419 \times 10^{-9}$ 對於雨滴捕捉雪 (Pracs) 和冰雹捕捉雪 (Phacs)，則與 P_{sacr} 的形式相同寫成

$$P_{racr} = \pi^2 E_{sr} N_{os} N_{or} |V_r - V_s| \left(\frac{\rho_s}{\rho}\right) \times \left(\frac{5}{\lambda_s^6 \lambda_r} + \frac{2}{\lambda_s^5 \lambda_r^2} + \frac{0.5}{\lambda_s^4 \lambda_r^3}\right) \quad (A7)$$

$$P_{hacs} = \pi^2 E_{hs} N_{os} N_{oh} |V_h - V_s| \left(\frac{\rho_s}{\rho}\right) \times \left(\frac{5}{\lambda_s^6 \lambda_h} + \frac{2}{\lambda_s^5 \lambda_h^2} + \frac{0.5}{\lambda_s^4 \lambda_h^3}\right) \quad (A8)$$

$$E_{hs} = \begin{cases} \exp [0.09 (T - T_o)] & T < T_o \\ 1 & T \geq T_o \end{cases}$$

(3) 雲滴、雲冰的白吉龍過程 (Bergeron process)

有關白吉龍的過程中，模擬降冰粒子的形成，由雲滴轉變為降冰粒子，包括了二個部份，一個是凝積生成，另一個是霜化。其中凝積生成由 Koenig (1971) 對於單一冰晶的成長，給定為

$$\frac{dm}{dt} = a_1 m^{a_2}$$

m 是冰晶的質量， a_1, a_2 是與溫度有關的參數，至

於霜化的生成，由液態雲的捕捉而產生

$$\frac{dm}{dt} = \rho q_c \pi R^2 (\Delta V) E$$

R 為冰晶的半徑， ΔV 是冰晶和雲滴終端速度上的差值， E 則為收集效率。而經過 Hsie et al. (1980) 的修正，我們考慮一個 $50 \mu m$ 半徑大小的冰晶成長，得到

$$P_{s1w} = N_{i50} (a_1 m_{i50}^{a_2} + \pi E_{iw} \rho q_c R_{i50}^2 U_{i50}) \quad (A9)$$

$$P_{s1i} = \frac{q_i}{\Delta t_1} \quad (A10)$$

R_{i50}, m_{i50} 和 U_{i50} 分別是 $50 \mu m$ 大小的冰晶其半徑，質量和終端速度， N 是它的集結 (concentration) 數目。而 E 取 1，另外 Δt_1 是和溫度有關的時間尺度，可以參考 Hsie et al. (1980)。

(4) 昇華或凝積

當空氣對冰而言是過飽和 ($q_v > q_{is}$)，且 $T < 0^\circ C$ 時，水汽由凝積作用產生雪，但空氣若是未飽和，將發生昇華的現象，關於凝積作用的計算，則參考 Lin et al. (1983) 的方法由 Byers (1965) 修正而得的

$$P_{sdep} = \frac{2\pi(S_i - 1)}{\rho(1A' + 1B')} N_{os} [0.78 \lambda_s^{-2} + 0.31 S_c^{1/3} \Gamma(\frac{d+5}{2}) C^{1/2} (\frac{\rho_o}{\rho})^{1/4} \nu^{-1/2} \lambda_s^{-(\frac{d+5}{2})}] \quad (A11)$$

$$1A' = \frac{L_s^2}{K_a R_w T^2} \quad 1B' = \frac{1}{\rho q_{is} \phi}$$

$$S_i = \frac{q_v}{q_{is}} \quad S_c = \frac{\nu}{\phi}$$

$$P_{haci'} + P_{hacs'}) \left(1 - \frac{C_i T_c}{L_f + C_w T_c} \right) \quad (A18)$$

在濕成長中

$$P_{hacr'} = P_{ham} - P_{hacw} - P_{haci'} - P_{hacs'} \quad (A19)$$

Phaci' 和 Phacs' 中其收集效率E值都為1，對於(2)式來講，若Phacr'為正值，表示雲滴的量不足，對於整個濕成長中的捕捉作用，必須再由雨滴的凍結來成長；反之，若Phacr'為負值，那麼在濕成長中，冰雹的捕捉作用，由雲滴的供給就足夠了，而且有多餘的雲滴將透過此項轉變為雨滴。

(3)雨滴的結冰

Bigg (1953) 的模擬中雨滴結冰形成冰雹，而在Wisner et al. (1972) 中曾解釋這個過程，當 $T < 0^\circ C$ 時得到

$$P_{hfr} = 20 \pi^2 B' N_{or} \left(\frac{\rho_w}{\rho} \right) \frac{\exp [A' (273 - T)] - 1}{\lambda_r^7} \quad (A20)$$

A' 和 B' 是Bigg 結冰過程的參數，可以由實驗得到。

(4)昇華

在模式中水汽不能直接凝積變為冰雹，但大氣仍為未飽和時，則冰雹同雪一樣會發生昇華，其昇華的速率與雪相似為

$$P_{hsub} = \frac{2 \pi (S_i - 1) N_{oh}}{\rho (1A' + 1B')} \left[0.78 \lambda_h^{-2} + 0.31 S_c^{1/3} \Gamma (2.75) \left(\frac{4 g \rho_h}{3 C_D \rho} \right)^{0.25} \nu^{-1/2} \lambda_h^{-2.75} \right] \quad (A21)$$

(5)融解

當溫度高於 $0^\circ C$ 時，冰雹產生的融解為

$$P_{hmt} = \frac{2 \pi}{\rho L_f} (K_n T_c - L_v \phi \bar{\rho} \Delta \gamma_n) N_{oh} \times [0.78 \lambda_h^{-2} + 0.31 S_c^{1/3} \Gamma (2.75) \left(\frac{4 g \rho_h}{3 C_D \rho} \right)^{0.25} \nu^{-1/2} \lambda_h^{-2.75}] + \frac{C_w T_c}{L_f} (P_{hacw} + P_{hacr}) \quad (A22)$$

(二)雨滴的產生項

$$P_r = A_c + C_r - P_{hacr} (P_{hacr'}) - P_{hacr} - P_{iacr} - P_{hfr} - E_r + P_{hmt} + P_{hmt}$$

雨滴的計算參考Berry (1968) 及Kessler (1969) 的參數方法，加以修正，其中除了第一、二項之外，在前面都已介紹過了，而此二項表為

$$A_r = 0.001 \times (q_c - 0.001) \quad (A23)$$

$$C_r = 2.2 \times q_c (q_r)^{0.875} \quad (A24)$$

(四)水汽、雲滴、雲冰的產生項

其他三種沒有終端速度的懸浮粒子，水汽、雲滴和雲冰產生項的計算，是依據陳與林 (1983a) , Orville and Kopp (1977) , Lin et al. (1983) 以及 Rutledge and Hobbs (1983) 的處理，寫成

$$P_v = \frac{d q_{va}}{dt} + E_r - P_{int} - P_{dep} - P_{adep} + P_{i sub} + P_{s sub} + P_{h sub}$$

$$P_c = \frac{-d q_{vc}}{dt} - A_r - C_r - P_{cw} - P_{atw} -$$

$$P_{nacw} = P_{hacw} + P_{imlt}$$

$$P_i = P_{int} + P_{idep} + P_{cw} - P_{saut} - P_{saci} -$$

$$P_{sfi} - P_{raci} - P_{haci} - P_{isub} - P_{imlt}$$

(i) 雲冰的初生 (initiation of cloud ice)

Stephens (1979) 假設當溫度低於 0°C

，且大氣對冰而言是飽和，則有像盤狀的冰生成

$$P_{int} = M_{in} \left\{ \begin{array}{l} \frac{M_o n_c}{\rho} \\ q_v - q_{i_s} \end{array} \right.$$

$$n_c = 10^{-5} \exp [0.6 (273 - T)] \quad (A25)$$

n 從 Fletcher (1962) 中得到，M 則是雲冰的最初質量，取 10⁻⁹ gm。

(ii) 雲冰的澱積成長和昇華

當溫度低於 0°C，且對冰是過飽和，則水汽澱積而成爲雲冰，根據 Pruppacher and Klett (1978) 得到

$$P_{idep} = \frac{4 D_i (S_i - 1) n_c}{\rho (1A'' + 1B'')} \quad (A26)$$

$$1A'' = \frac{L_v}{K_a T} \left(\frac{L_s M_w}{R^* T} - 1 \right)$$

$$1B'' = \frac{R^* T}{\phi M_w e_{s,i}}$$

D_i 是雲冰的平均直徑大小，在模式中取 10⁻³ cm，e 是冰的飽和水汽壓，由 Murray (1967) 的經驗得

$$e_{s,i} = 6.1078 \exp \left[\frac{21.874584 (T - 276.16)}{T - 7.66} \right]$$

反過來，若是 q_v < q_{i_s}，則爲未飽和，因此將

發生昇華

$$P_{isub} = P_{idep} \quad (A27)$$

(iii) 雲滴由於冰核作用澱積成雲冰 (P_{cw})

Hsie et al. (1980) 計算自然冰核扮演著澱積核，使得雲滴能轉換成雲冰，其表示爲

$$P_{cw} = \frac{n_c}{10009} (a_1 m_n^{a_2}) \quad (A28)$$

m_n = 1.05 × 10⁻¹ gm，是自然冰核的質量。

(iv) 雲冰的融解

當溫度在 0°C 以上時，則所有的雲冰都將融解成雲滴，故

$$P_{imlt} = q_i \quad (A29)$$

參考文獻

- 陳景森與林煇閔，1983a：風暴的二維數值模式之研究。大氣科學，10，55-66。
- 王崑洲，1987：對流雲之數值模擬。國立臺灣大學大氣科學研究所碩士論文。
- Battan, L.J., 1975: Doppler radar observations of hailform. *J. Appl. Meteor.* 14, 98-128.
- Beard, K.V., 1977: Terminal velocity and shape of cloud and precipitation drops aloft. *J. Atmos. Sci.*, 33, 857-864.
- Berry, E.X., 1968: Modification of the warm rain process. Preprint 1st Nat. Conf. Weather Modification, Albany, *Amer. Meteor. Soc.*, 81-88.
- Bigg, E.K., 1953: The supercooling of water. *Proc. Phys. Soc. London, B66*, 668-694.
- Browning, K.A., and G.B. Foote, 1976: Airflow and hail growth in supercell storms and some implications for hail suppression. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 102, 499-533.
- Byers, H.R., 1965: Elements of cloud physics. The University of Chicago Press, 191pp.
- Chang, C.H., 1977: Ice generation in clouds. M.S. thesis,

- Dept. Meteor., South Dakota School of Mines and Technology, Rapid City, 129pp.
- Chen, C.S., 1986: A Numerical study of a rain band in baiu front. 第四屆全國大氣科學學術研討會, 中壢, 110-120.
- Cotton, W.R., 1972: Numerical simulation of precipitation development in supercooled cumuli-part II. *Mon. Wea. Rev.*, 100, 764-784.
- , W.R., M.A. Stephens, T. Neherkorn and G.J. Tripoli, 1981: Three-dimensional cloud/mesoscale model, part II—An ice phase parameterization., reports of The Colorado State University.
- Federer, B., and A. Waldvogel, 1975: Hail and raindrop size distributions from a Swiss multicell storm. *J. Appl. Meteor.*, 14, 91-97.
- Fletcher, N.H., 1962: The Physics of Rain Clouds. Cambridge University Press, 390pp.
- Gunn, K.L.S., and J.S. Marshall, 1958: The distribution with size of aggregate snowflakes. *J. Meteor.*, 15, 452-461.
- Herzogh, P.H., and P.V. Hobbs, 1980: The mesoscale and microscale structure and organization of clouds and precipitation in midlatitude cyclones. II: Warm-frontal clouds. *J. Atmos. Sci.*, 37, 597-611.
- Hobbs, P.V., 1978: Organization and structure of clouds and precipitation on the mesoscale and microscale in cyclonic storms. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 16, 741-755.
- , and J.D. Locatelli, 1978: Rainbands precipitation cores and generating cells in a cyclonic storm. *J. Atmos. Sci.*, 35, 230-241.
- Houze, R.A., S.A. Rutledge, T.J. Matejka and P.V. Hobbs, 1981: The meso-scale and microscale structure and organization of clouds and precipitation in extratropical cyclones. III: Air motions and precipitation growth in a warm-frontal rainband. *J. Atmos. Sci.*, 38, 639-649.
- , Jr. and A.K. Betts, 1981: Convection in GATE. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 19, 541-576.
- Hsie, E.Y., R.D. Farley and H.D. Orville, 1980: Numerical simulation of ice-phase convective cloud seeding. *J. Appl. Meteor.*, 19, 950-977.
- Ikawa, M., H. Sakakibara, M. Ishihara, and Z. Yanagisawa, 1978: 2-dimensional simulation of the convective snow band observed over the Japan Sea: the structure and time evolution of the organized multicellular convection. *J. Meteor. Soc. Japan*, 65, 605-633.
- Kessler, E., III, 1969: On the Distribution and Continuity of Water Substance in Atmospheric Circulations. *Meteor. Monogr., No. 32, Amer. Meteor. Soc.*, 84pp.
- Klemp, J.B., and R.B. Wilhelmson, 1978: The simulation of three-dimensional convective storm dynamics. *J. Atmos. Sci.*, 35, 1070-1096.
- Koenig, L.R., and F.W. Murray, 1976: Ice-bearing cumulus cloud evolution: Numerical simulation and general comparison against observations. *J. Appl. Meteor.*, 15, 747-762.
- , 1971: Numerical modeling of ice deposition. *J. Atmos. Sci.*, 28, 226-237.
- Lilly, D.K., 1962: On the numerical simulation of buoyant convection. *Tellus*, 14, 148-172.
- Lin, Y.L., R.D. Farley and H.D. Orville, 1983: Bulk parameterization of the snow field in a cloud model. *J. Appl. Meteor.*, 22, 1065-1092.
- Liu, J.Y., and H.D. Orville, 1969: Numerical modeling of precipitation and cloud shadow effects on mountain-induced cumuli. *J. Atmos. Sci.*, 26, 1283-1298.
- Locatelli, J.D., and P.V. Hobbs, 1974: Fall speeds and masses of solid precipitation particles. *J. Geophys. Res.*, 79, 2185-2197.
- Marshall, J.S., and W. McK. Palmer, 1948: The distribution of raindrops with size. *J. Meteor.*, 5, 165-166.
- Mason, B.J., 1971: The Physics of Clouds, 2nd ed. Oxford University Press, 671pp.
- Matejka, T.J., R.A. Houze, Jr. and P.V. Hobbs, 1980: Micro-physics and dynamics of the clouds associated with mesoscale rainbands in extra-tropical cyclones. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 106, 29-56.
- Murray, F.W., 1967: On the computation of saturation vapor pressure. *J. Appl. Meteor.*, 6, 203-204.
- Musil, D.J., 1970: Computer modeling of hailstone growth in feeder clouds. *J. Atmos. Sci.*, 27, 474-482.
- Nicholls, M.E., 1987: A comparison of the results of a two-dimension numerical simulation of a tropical squall line with observations. *Mon. Wea. Rev.*, 115, 3055-3077.
- Ogura, Y., and T. Takahashi, 1971: Numerical simulation of the life cycle of a thunderstorm cell. *Mon. Wea.*

- Rev.*, 99, 895-911.
- Orville, H.D., and F.J. Kopp, 1977: Numerical simulation of the history of a hailstorm. *J. Atmos. Sci.*, 34, 1596-1618.
- Pruppacher, H.R., and J.D. Klett, 1978: *Microphysics of Clouds and Precipitation*. D. Reidel, 714pp.
- Robert, A.J., 1966: The integration of a low order spectral form of the primitive meteorological equations. *J. Meteor. Soc. Japan*, 44, 237-245.
- Rotunno, R., and J.B. Klemp, 1982: The influence of the shear-induced pressure gradient on thunderstorm motion. *Mon. Wea. Rev.*, 110, 136-151.
- Rutledge, S.A., and P.V. Hobbs, 1983: The mesoscale and microscale structure and organization of clouds and precipitation in midlatitude cyclones. VIII: A model for the "Seeder-Feeder" process in warm-frontal rainbands. *J. Atmos. Sci.*, 40, 1185-1206.
- Schlesinger, R.E., 1980: A three-dimensional numerical model of an isolated thunderstorm. part II: Dynamics of updraft splitting and mesovortex couplet evolution. *J. Atmos. Sci.*, 37, 395-420.
- Smull, B.F., and R.A. Houze, Jr., 1985: A midlatitude squall line with a trailing region of stratiform rain: Radar and satellite observations. *Mon. Wea. Rev.*, 113, 117-133.
- Srivastava, R.C., 1967: A study of the effects of precipitation on cumulus dynamics. *J. Atmos. Sci.*, 24, 36-45.
- Stephens, M.A., 1979: A Simple Ice phase parameterization. *Atmos. Sci., Pap. No. 319*, Colorado State University, Ft. Collins, 122pp.
- Sulakvelidze, G.K., N. Sh. Bibilashvili and V.F. Lapcheva, 1967: Formation of Precipitation and Modification of Hail Processes. *Gidrometeor.*, Leningrad, 208pp.
- Wilhelmson, R.B., and Y. Ogura, 1972: The pressure perturbation and the numerical modeling of a cloud. *J. Atmos. Sci.*, 29, 1295-1307.
- Wilhelmson, R.B., 1974: The life cycle of a thunderstorm in three dimensions. *J. Atmos. Sci.*, 31, 1629-1651.
- Wisner, C.E., H.D. Orville and C.G. Myers, 1972: A numerical model of a hail-bearing cloud. *J. Atmos. Sci.*, 29, 1160-1181.
- Yoshizaki, M., 1986: Numerical simulations of tropical squall-line clusters: Two-dimensional model. *J. Meteor. Soc. Japan*, 64, 469-491.

A NUMERICAL INVESTIGATION ON THE INFLUENCE OF ICE PARTICLES ON
A LONG-LIVED LINE ECHO IN MEI-YU SEASON

Chung-Zen Lin Ching-Sen Chen

Institute of Atmospheric Physics
National Central University

(manuscript received August 20, 1988; in final form September 10, 1988)

ABSTRACT

A long-lived line echo was observed on May 28, 1985 in Taiwan area. A two-dimensional numerical model which include ice, snow and hail was used to study this case. The parameterization of ice particles follows Orville and Kopp (1977) and Lin et al. (1983). We focus on the difference of the dynamic, kinematic structure and precipitation when ice particles included or excluded in the cloud model.

The result shows that more temperature excess in higher level, if ice particles were included. This was due to the freezing of water particles. Therefore the pressure gradient force from upper level to low level was increased. Precipitation was larger because of the melting of ice particles. The area covered by ice, snow, rain and hail behind the stronger convection was increased substantially compared to the simulated case without solid particles. However, the basic dynamic and kinematic structure in the stronger convective region found in the case without ice particles were not altered.

Key words: ice particles, convective system, cloud microphysics.