

以數值模式資料驗證氣壓、溫度擾動場反求法

林宏聖 陳台琦
國立中央大學大氣物理學系

(中華民國七十六年七月二十日收稿；七十六年九月二十二日定稿)

摘 要

利用多個都譜勒雷達來觀測中尺度天氣系統，可以獲得詳細的三維風場結構，但對於動力而言，都譜勒雷達是無法提供氣壓、溫度的觀測。Gal-Chen (1978) 提出利用風場經由動量方程式來計算氣壓、溫度擾動場的方法，由方法本身提供特有的邊界條件（即 Neumann 邊界條件），此方法稱為熱動力反求法（thermodynamic retrieval method）。

本文乃是利用 Wilhelmsen and Chen (1982) 所建立之三維數值雲模式的輸出資料來驗證熱動力反求法。以模式風場作為觀測風場，經由熱動力反求法計算氣壓、位溫擾動場偏差量。

整體而言，反求法計算之氣壓、位溫擾動場偏差量之分佈與模式十分接近，在風場梯度的空間變化較弱區有較佳的反求結果，反之，較強區反求結果則較差；顯示，反求結果之誤差的大小與風場梯度及網格解析度有關：風場變化大時，造成強迫項（forcing term）空間分佈變化大，且在網格解析度不佳情況下，數值方法無法解析出強迫項的變化所致。而當壓力場有誤差時，由垂直氣壓梯度反求之浮力場將會有較大之誤差。在未來，將以不同的風場資料組及解析度來測試強迫項的分佈與解析度間的關係對反求結果正確性的影響。

關鍵詞：都譜勒雷達風場，熱力場，反求法。

一、緒論

利用多個都譜勒雷達的觀測，可以提供風暴內部運動及降水之三維結構的詳細資料，但是對於描述風暴內部動力結構所必備之熱動力場，都譜勒雷達卻無法提供直接觀測，而大氣中因運動而導致熱力、動力結構的變化，尤其是深對流對大尺度的影響，因無觀測資料，目前仍未被深入瞭解。

Hane 與 Scott (1978) 建立交替反求法（

iterative retrieval method），經由二維橢圓微分方程式來解垂直剖面上之氣壓擾動場，而由第三運動方程式計算虛溫，其利用颱風模式為輸入資料，作為測試交替反求法之用；結果顯示所求數值較模式為小，如：不考慮雲滴時，溫度偏差之最大值較模式為小；當不考慮趨勢項（tendency term）時，結果在定性上，定量上均有差異。

Gal-Chen (1978), 建立不同於 Hane 與 Scott (1978) 之反求法, 僅利用動量方程式, 而不使用熱力參數化, 由計算方法本身決定其邊界條件, 藉著變分法 (Variational method) 得到二維橢圓微分方程式 (即 Euler 方程式), 而邊界條件為 Neumann 邊界條件, 而經由第三動量方程式之水平平均式計算密度變化, 其指出此法僅能得到一相對值 (即其是相對於擾動場之水平平均值), 除非有額外之觀測資料, 否則真正的擾動場就無法得到。Hane 等 (1981) 以數值模式來測試 Garchen (1978) 提出的反求法之正確性, 其利用 Klemp 與 Wilhelmson (1978 a) 所建立之三維雲模式作為輸入資料, 研究結果顯示: 當觀測時間約為 4 分鐘時, 時變誤差 (temporal error) 是可以接受的, 而不計趨勢項或亂流消散項時, 誤差均相當大; 其研究中亦指出, 雲滴混合比在實際觀測上是無法測得的, 而雨滴混合比亦非正確 (由回波反射率計算, 即 $Z - q_r$ 關係式), 但這些量的誤差確實影響到溫度擾動場, 一般而言, 雲滴混合比之不正確是影響到中層 (雲滴成份較多處); 而雨滴混合比的誤差則影響到中, 下層 (以潛熱釋放區為最); 但是此種誤差仍較忽略趨勢項, 或亂流消散項所引起之誤差為小。這種經由處理運動方程式, 而利用都譜勒雷達觀測資料 (徑向風場, 回波反射率等) 來計算氣壓及溫度擾動場的方法, 稱為熱動力反求法 (Thermodynamic retrieval method)。近幾年來, 已有許多學者將此反求法的觀念應用於多個都譜勒雷達觀測資料的處理, 如: Brandes (1984) 研究龍捲風生成 (tornado genesis) 與熱力場之關係, 由三維渦度方程式導得與氣壓無關之二維橢圓微分方程式來計算因位溫變動及水汽變動引起之浮力擾動 (buoyancy perturbation); 由運動方程式導得三維橢圓微分方程式來計算擾動氣壓, 其中凝結混合比則由回波反射率求得, 此種作法不似 Gal-Chen (1978) 方法, 亦即不必減水平平均值, 因此, 擾動氣壓的垂直梯度即是真正的垂直梯度; 如同 Gal-Chen 方法一樣, 此方法亦會有一積分常數的困擾, 而此常數為時

間的函數。所不同於 Gal-Chen 反求法的, 除無需減去水平平均值外, 是先計算浮力擾動, 再計算氣壓擾動; 在計算浮力擾動時, 必須假設邊界條件。Gal-Chen 與 Kropfli (1984) 將熱動力反求法應用於 PBL (planetary boundary layer) 之雙都譜勒雷達觀測資料上, 計算氣壓及浮力擾動場。

Roux et al. (1984) 研究西非颶線 (West African Squall line) 之熱動力結構: 如同其他學者, Roux et al. 仍舊得到相對值, 而為高度函數的平均值使得反求結果無法描繪系統的垂直結構。Hane and Ray (1985) 研究發生於 Oklahoma 龍捲風暴 (tornadoic storm)。

Lin et al. (1986) 利用 SESAME 雙都譜勒雷達觀測資料研究颶線風暴之氣壓及溫度擾動場, 發現在計算熱動力擾動場之前如先經適當平滑處理 (smoothing), 可以減少徑向風場原有誤差, 反求結果亦較佳; 其利用探空資料, 主觀的估計水平平均值, 而所計算之相對於環境的擾動場與運動場相當一致, 即上升氣流受潛熱釋放的影響有增暖現象, 於下降氣流處則有冷卻作用。

雖然這些研究均有令人鼓舞的結果, 但是所求得的結果為一相對值卻成為熱動力反求法在應用上的一大缺憾, 亦即必須有額外觀測資料, 如飛機觀測等, 否則無法計算相對於環境之溫度及氣壓擾動場, 而熱動力反求法的唯一解就只能為擾動場對其水平平均值的偏差量, 因此反求結果乃無法描述整個系統之真正三維動力結構。

由於熱動力反求法在計算擾動場時, 遭遇下列問題:

(1) 觀測之非瞬時性, 將產生時變誤差: Gal-Chen (1982) 證明隨系統移動之參考座標系, 可以大大地減低時變誤差; 而適當平滑處理徑向風場可以減低誤差。

(2) 由觀測資料計算三維風場時, 採用變分分析 (variational analysis) 法處理因垂直積分連續方程式而引起之誤差累積。(Ray et al. 1980; Lin et al. 1986)

(3)反求結果受風場誤差的影響相當大，因此，必須經(1)，(2)，處理。

(4)連續的過緩和法 (successive over-relaxation) 具有強烈平滑效應，計算的結果在數值上均有減弱之現象，但計算次數過多時，卻可能造成高估情況。

(5)平均值的計算：除非有其他觀測資料，如飛機觀測等，提供各層上任一點真正的擾動場，或由地面觀測網提供地面層之平均值，否則，平均值無法計算。(Gal-Chen 1978 ; Hane et al. 1981 ; Roux 1984)

鑑於熱動力反求法有上述之問題，本文之目的乃在利用三維數值雲模式之輸出資料來驗證熱動力反求法；不模擬都譜勒雷達的觀測而直接引用模式三維風場作為反求法之基本資料。因此，觀測之非瞬時性所引起的時變誤差可以不用考慮。於得到擾動氣壓偏差量後，是以擾動氣壓偏差量及其水平、垂直梯度與模式作比較，以驗證反求法；而溫度擾動場偏差量的正確性則與氣壓擾動場偏差量之垂直梯度之正確性成正比，亦即氣壓擾動之垂直梯度是直接影響溫度擾動場的計算。

二、資料來源 (模式簡介)

模式來自Wilhelmson與Chen (1982)：

本文中所用的三維數值雲模式是采用可壓縮性運動方程組與熱力方程式，因為是可壓縮性，所以聲波與重力波是共同存在於模式內，在計算有關壓力項是利用時間分割法 (Time splitting method) 來處理。對有關聲波問題部份，選擇較小的時間間隔。而對有關對流問題部份，則用較大的時間間隔來處理。至於側邊界則採開放式方法來處理。模式是利用差分方法求出數值模式的解。在空間的分佈上，採用交錯網格點 (stagger grid)。亦即把有關熱動力變數及水汽變動放在網格點上，而速度 u , v , w 分別向 x , y , z 方向移半個網格點距離。有關雲動力及雲微物理的數值差分法，在時間微分上，採用二階跳蛙式 (second order

leapfrog)，並加上平滑項 (平滑係數為 0.1)。但處理聲波部份，則用半隱法 (semi-implicit) 來計算，而空間微分上，水平平流項採用四階，而垂直則採用二階。為了守恆性，除了位溫外，皆寫成通量 (flux form) 的形式。

模式風場在使用前的處理：由於模式本身在空間上是交錯網格點，亦即運動性質與動力、熱力變數錯開半個網格；事實上，都譜勒雷達徑向速度所計算之三維風場均在同一網格點上，不似模式之 u 、 v 、 w 各向 x 、 y 、 z 方向錯開半個網格距離，因此，將模式風場由交錯網格點上內插到熱力變數所在的網格點上。

模式之大時間間隔為 15 秒，小時間間隔為 3 秒。設定初始狀態：環境有風切，參考表 1，表 1 為環境初始條件。選取測試之模式時間為：T 1620 ~ T 1635 ~ T 1650；圖 1 為最大垂直速度之時間變化，顯示系統在此段時間中為初始風暴的階段；圖 2 為模式時間 1635 秒之雨滴混合比在 $Y = 12$ 公里處之垂直剖面圖，顯示此段模式時間中尚未有降水達到地面，雨滴混合比都集中在中高層即上升氣流最強處。模式範圍為水平 15 公里 \times 15 公里，垂直為 9 公里。

亂流消散項中之動量混合係數 K_m ，並不採用 Gal-Chen (1978) 所提出之由風場偏差量計算 K_m 的方法，而直接取用模式本身所產生的 K_m 值；在計算位溫擾動場偏差量所必需之水汽混合比、雲滴混合比、水滴混合比在假設能夠由回波反射率完全計算得到之下，直接引用模式所產生的水汽、雲滴、水滴混合比。

圖 3a ~ 3b 與圖 4a ~ 4c 是模式風場在高度為 3.375 , 6.375 km 之水平剖面圖與在 Y 為 10.5 , 12.0 , 13.5 km 處之垂直剖面圖：模式中，中下層是輻合，高層是輻散，中高層為最大上升氣流區所在，亦為雨滴混合比集中區 (見圖 2)。在模式底層風場是輻合，且是高壓區，在高壓區四周為低壓區，因此，底層高壓區在水平方向為減速作用，在垂直方向為加速作用；底層輻合，因流體連續性而有上升運動，而中層低壓區的配合，

層	ρ_0	Z	θ_0	Qv_0	R(%)	Uinit.	Vinit.
13	313.	9375.	342.0	0.0	0.00	4.3	4.1
12	347.	8625.	340.0	0.1	5.48	3.8	4.4
11	383.	7875.	337.0	0.2	7.81	3.3	4.6
10	423.	7125.	334.0	0.3	8.53	2.6	4.7
9	466.	6375.	331.0	0.4	8.46	1.8	4.6
8	512.	5625.	327.0	0.7	11.94	1.1	4.5
7	563.	4875.	321.5	2.6	39.84	0.3	4.1
6	618.	4125.	317.4	6.0	76.79	-0.3	3.6
5	676.	3375.	313.3	8.5	92.19	-0.8	2.9
4	740.	2625.	310.3	11.0	95.88	-1.1	2.0
3	808.	1875.	307.3	12.5	88.86	-1.2	1.2
2	881.	1125.	306.3	14.7	76.85	-0.9	0.5
1	959.	375.	304.4	18.0	74.23	-0.3	0.1

表 1：模式之初始狀況（環境有風切存在）， ρ_0 (mb)；Z (m)； θ_0 (K)； Qv_0 (g/kg)；相對濕度 R (%)；初始風場 (Uinit, Vinit) (m/s)。

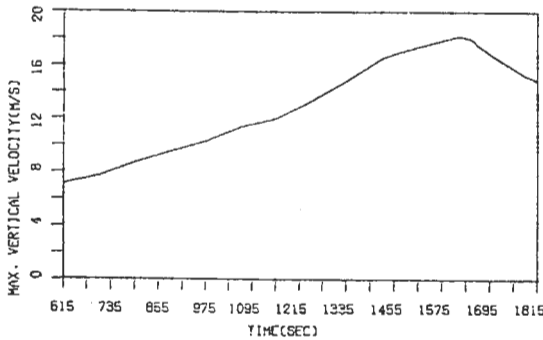


圖 1：模式中，最大垂直速度之時間變化圖。

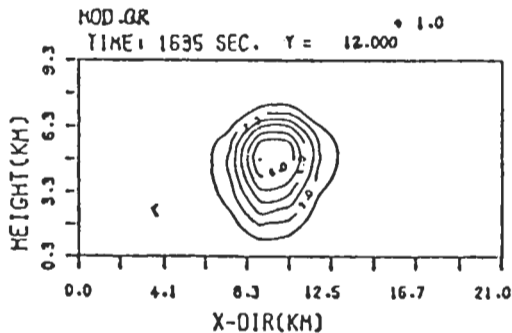


圖 2：模式時間 1635 sec，水滴混合比在 Y = 12.0 Km 處之垂直剖面圖。(單位：g/kg)

造成模式風暴的上升氣流區有相當的強度，上升氣流對環境之不穩定空氣造成強迫抬升，而有水汽凝結的潛熱釋放，而潛熱釋放更加強了上升氣流，且在高層有輻散的配合，使得風暴能夠成長。

三、熱動力反求法原理

(一)三維模式之動量方程式：

根據 Gal - Chen (1978)，在 (x, y, z, t) 座標系中，以通量形式 (flux form) 來表式動量方程式：

$$\rho_0 \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0 w u}{\partial z} \right] = - \frac{\partial p'}{\partial x} + Du \tag{1}$$

$$\rho_0 \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0 w v}{\partial z} \right] = - \frac{\partial p'}{\partial y} + Dv \tag{2}$$

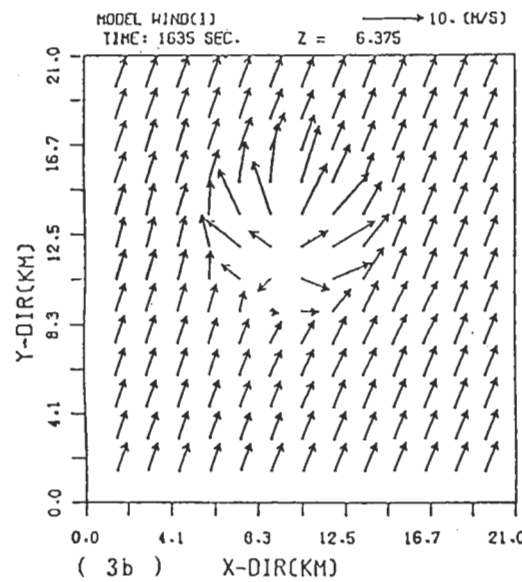
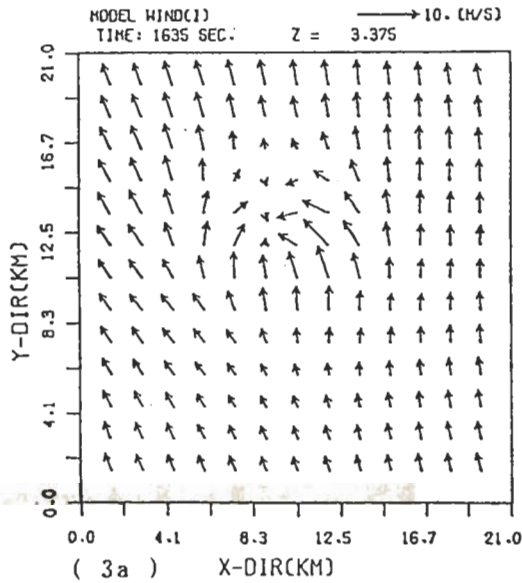


圖 3：模式風場之水平剖面圖，高度為(a) 3.375 km，(b) 6.375 km。

$$\rho_0 \left[\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0 w w}{\partial z} \right] = - \frac{\partial p'}{\partial z} + \rho_0 g \left[\frac{\theta'}{\theta_0} + 0.61 q_r - q_c - q_r \right] + Dw \quad (3)$$

其中，

u, v, w : x, y, z 方向上之風場分量

ρ_0 : $\rho_0(z)$ 為環境密度

p' : 相對於環境之氣壓擾動場

θ' : 相對於環境之位溫擾動場

q_r : 水汽混合比之擾動量

q_c : 雲滴混合比 (cloudwater mixing ratio)

q_r : 雨滴混合比 (rainwater mixing ratio)

θ_0 : 環境位溫

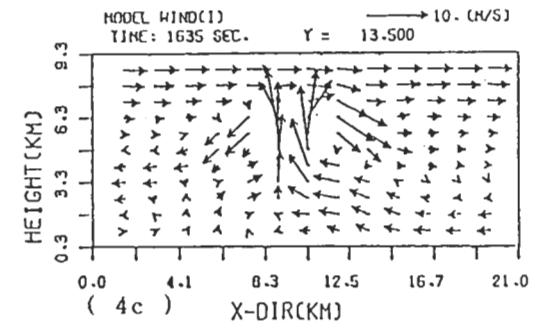
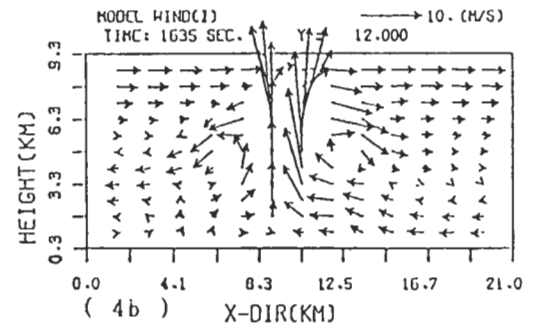
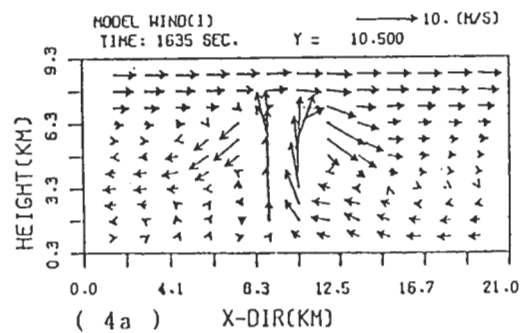


圖 4：模式風場之垂直剖面圖， $Y =$ (a) 10.5 km，(b) 12.0 km，(c) 13.5 km。

Du, Dv, Dw : x, y, z 向上之亂流消散項 (turbulent dissipation)

根據 Klemp and Wilhelmson (1978 a) 之亂流參數化:

$$Du = \frac{\partial}{\partial x} \left[2\rho_0 K_m \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho_0 K_m \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_0 K_m \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] - KMDX$$

$$Dv = \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_0 K_m \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\rho_0 K_m \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_0 K_m \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] - KMDY$$

$$Dw = \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_0 K_m \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho_0 K_m \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[2\rho_0 K_m \frac{\partial w}{\partial z} \right] - KMDZ$$

其中,

$$KMDX = \frac{2}{3C_m^2 \ell^2} \frac{\partial K_m^2}{\partial x}$$

$$KMDY = \frac{2}{3C_m^2 \ell^2} \frac{\partial K_m^2}{\partial y}$$

$$KMDZ = \frac{2}{3C_m^2 \ell^2} \frac{\partial K_m^2}{\partial z}$$

ℓ : $(\Delta x \Delta y \Delta z)$ 網格解析度

C_m : 0.2, 亂流生成係數 (Coefficient of turbulent generation)

K_m : 動量混合係數 (Momentum eddy mixing coefficient)

(二) 氣壓擾動場偏差量之計算:

Gal-Chen (1982) 指出在計算熱動力擾動之前, 必須先將固定座標系轉換至隨系統移動之參考座標系, 可以減低因觀測之非瞬時性所引起的時變誤差 (temporal error)。在本文中, 乃直接利用數值模式之三維風場作為輸入資料; 因此, 不需轉換座標系, (1)、(2)、(3)式乃可以直接應用。

Gal-Chen 指出動量混合係數 K_m 可以由小於網路解析度之尺度的亂流能量來參數化, 而亂流能量則可以由觀測的風場偏差量來計算; 本文中的 K_m 乃直接使用數值模式之 K_m 。由於模式中並不考慮科氏力, 因此本文中亦不考慮科氏力項; 改寫(1)、(2)式為:

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = Du - \rho_0 \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0 wu}{\partial z} \right] \equiv F \quad (5)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial y} = Dv - \rho_0 \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0 vw}{\partial z} \right] \equiv G \quad (6)$$

F, G 為已知之空間函數, 對觀測而言, 除非觀測完全沒有誤差, 而且參數化也是正確, 則(5)、(6)式確實有解存在, 亦即:

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial G}{\partial x} \quad (7)$$

當(7)式成立, 則 p' 有唯一解; 事實上, (5)、(6)兩式無法滿足(7)式, 而模式本身亦有其系統性誤差 (systematic error), 因此, 必須使用 Least-Square 方法來求其近似解, 期使解之誤差最小; 即

$$J = \iint \left[\left(\frac{\partial p'}{\partial x} - F \right)^2 + \left(\frac{\partial p'}{\partial y} - G \right)^2 \right] dx dy = \text{最小值} \quad (8)$$

此為一變分問題 (Variational problem)，經由變分法 (Variational method)，可以得到尤拉—拉格朗吉方程式 (Euler-Lagrange equation)，即氣壓方程式：

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \quad (9)$$

而邊界條件為 Neumann 邊界條件，當計算範圍為矩形時，邊界條件為：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p'}{\partial x} &= F \\ \frac{\partial p'}{\partial y} &= G \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

可以由觀測風場計算而得；(9)式為二維橢圓微分方程式，可以利用連續過緩和法 (S.O.R.; Successive Overrelaxation method) 解之，在 Neumann 邊界條件且滿足垂直動量方程式情況下，(9)式的唯一解為 $p' - \langle p' \rangle$ ，因為存在一高度函數 $C(z)$ ，使得 $p'(x, y, z_0) + C(z_0)$ 影響到垂直動量方程式，因此，採用 $p' - \langle p' \rangle = p' + C - \langle p' + C \rangle$ 為(9)式之解，其中 $\langle p' \rangle$ 為 p' 之水平平均值；因此，熱動力反求法之唯一解為擾動場對其水平平均值之偏差量。

(三)位溫擾動場偏差量之計算：

$$\text{令 } B = \frac{\theta'}{\theta_0} + 0.61 q_v - q_c - q_r \quad (11)$$

$$H = \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0 w w}{\partial z} - \frac{1}{\rho_0} D w$$

(3)式改寫為：

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} + g B = H \quad (12)$$

(1)式作水平平均：

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \langle p' \rangle}{\partial z} + g \langle B \rangle = \langle H \rangle \quad (13)$$

(1)式減去(12)式：

$$\begin{aligned} &-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial (p' - \langle p' \rangle)}{\partial z} + g (B - \langle B \rangle) \\ &= H - \langle H \rangle \end{aligned} \quad (14)$$

在已知 $p' - \langle p' \rangle$ 之下， $H - \langle H \rangle$ 為已知之位置函數，因此， $B - \langle B \rangle$ 可以計算求得：

$$B - \langle B \rangle = \frac{1}{g} \left[(H - \langle H \rangle) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial (p' - \langle p' \rangle)}{\partial z} \right] \quad (15)$$

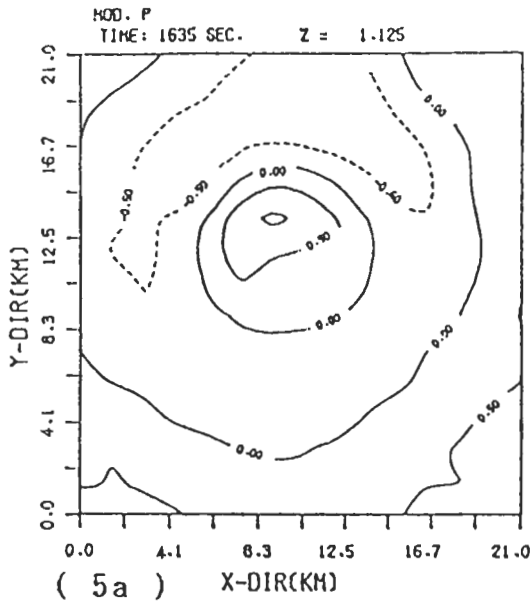
$$\begin{aligned} \theta' - \langle \theta' \rangle &= \frac{\theta_0}{g} \left[(H - \langle H \rangle) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial (p' - \langle p' \rangle)}{\partial z} \right] - g \left[(0.61 q_v - q_c - q_r) - \langle 0.61 q_v - q_c - q_r \rangle \right] \end{aligned} \quad (16)$$

當 q_v 、 q_c 、 q_r 為已知時，從(15)式可以計算位溫擾動場之偏差量；但在實際觀測中， q_v 、 q_c 無法測得，而 q_r 則可由回波反射率計算得到 (即 $q_r - Z$ 關係式)。本文中是直接採用模式之 q_v 、 q_c 、 q_r ，因此，位溫擾動場偏差量可以計算。

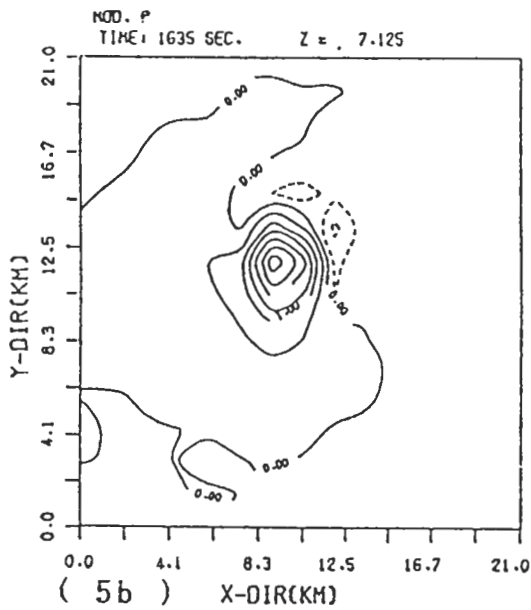
四、結果比較與討論

在反求法中，存在水平平均值的問題，除非有其他觀測資料，如飛機觀測等，否則，平均值的問題就無法解決 (Gal-Chen, 1978; Roux 等, 1984; Lin 等, 1986)。由於反求法所計算的唯一解是擾動場偏差量 (相對於其水平平均值)，因此，結果之比較將侷限於擾動場偏差量之比較。

(A)氣壓方面：



(5a) X-DIR(KM)



(5b) X-DIR(KM)

圖 5：模式氣壓擾動場偏差量之水平剖面圖，
高度為(a) 1.125 km，(b) 7.125 km
。(× 0.1 mb)

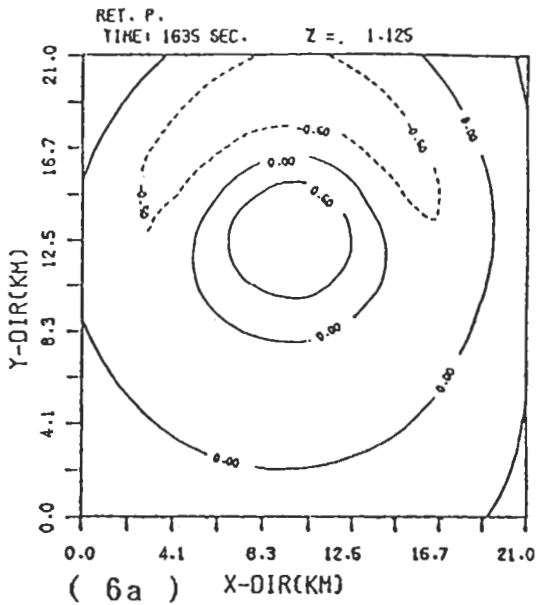
(1) 氣壓擾動場偏差量的比較：

圖 5a ~ 5b 與圖 6a ~ 6b 是模式與反求計算之氣壓擾動場偏差量在 1.125 · 7.125 公里高度

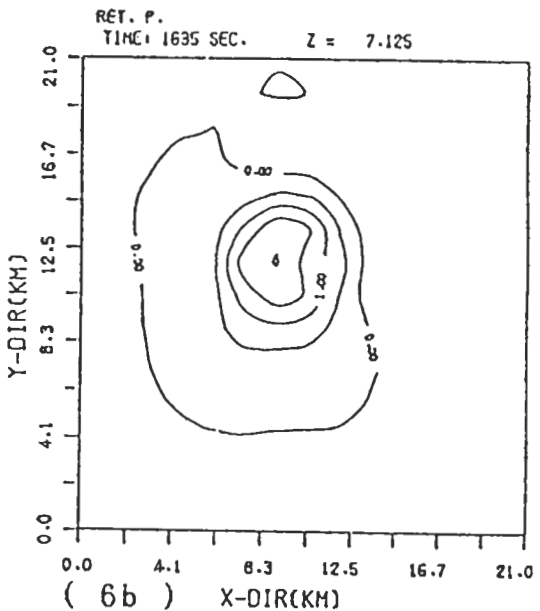
之水平剖面圖：

在陡峭強勢區域有較大的強勢衰減，a 圖顯示有良好的反求結果，b 圖顯示較高處之負區極大值已改變為正區。

圖 7a ~ 7b 與圖 8a ~ 8b 為模式與反求之氣壓擾動場偏差量在 Y = 12.0，13.5 公里處之垂直剖面圖：



(6a) X-DIR(KM)



(6b) X-DIR(KM)

圖 6：同圖 5，但為反求結果。

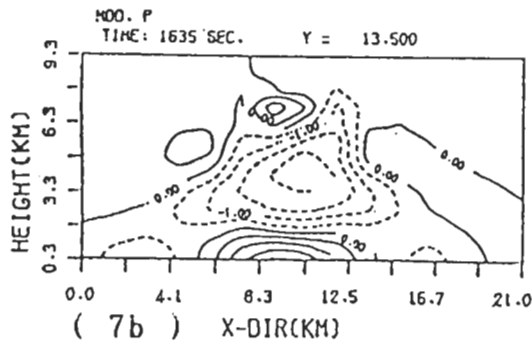
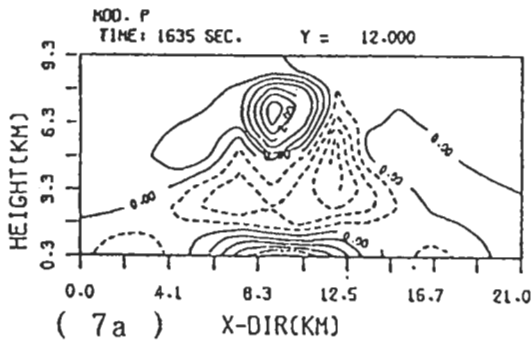


圖 7：模式氣壓擾動場偏差量之垂直剖面圖，
Y = (a) 12.0 km，(b) 13.5 km。(× 0.1 mb)

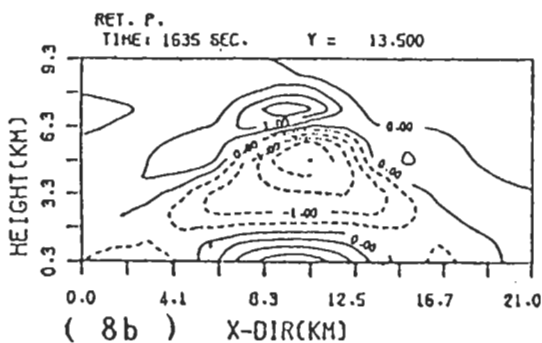
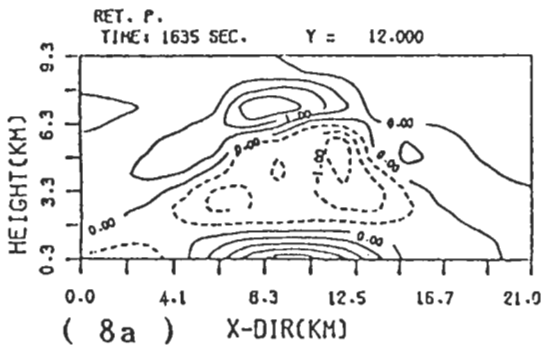


圖 8：同圖 7，但為反求結果。

在近地面附近，正、負區的分佈有良好的反求結果，但在模式下方正區之中央位置的型態是下凹，但在反求結果卻是相當平坦的型態；在中下層負區中，反求法能將兩個最大值反應出來，而在中高層則有明顯的負區高估，且強勢型態的正、負區都已被扁平拉長，使得原來高層是正、負區的水平分佈，在反求結果中卻僅剩下正區，而這種現象發生在垂直速度較大的地方，因而造成高層輻散的低估，中層輻合的低估。

(2)擾動場偏差量之 X 向水平梯度的比較：

因為水平平均值僅為高度的函數，因此，擾動場偏差量之水平梯度即是擾動場的水平梯度，這應是反求法最能夠反應出真實情況的地方。

圖 9a ~ ab 與圖 10a ~ 10b 是模式與反求計算之氣壓擾動場偏差量之 X 向水平梯度在 1.125，7.125 公里高度之水平剖面圖：

檢視 a ~ b 圖，在垂直速度較大的區域，壓力水平梯度之極大值，反求所得之值較小。

圖 11a ~ 11b 與圖 12a ~ 12b 為模式與反求計算之氣壓擾動場偏差量之 X 向水平梯度在 Y = 12.0，13.5 公里處之垂直剖面圖：

就整體型態而言，氣壓擾動場偏差量水平梯度有良好的反求結果，如近地面的水平梯度之正、負區；從 Y = 12.0 Km 剖面圖可發現，模式在高層有相當大的誤差，且於 Y = 13.5 Km 處之正區有高估現象。

(3)擾動場偏差量之垂直梯度的比較：

反求法最令人懷疑的是在垂直方向，因為存在一隨高度變化的水平平均值，無論是擾動場偏差量或其垂直梯度，反求結果都無法應用於系統結構的探討。更無法作垂直方向的剖析。從前面的比較，發現氣壓擾動場偏差量在高層有明顯的型態變形，且反求結果較差，勢必影響垂直梯度的正確計算：

圖 13a ~ 13b 與圖 14a ~ 14b 是模式與反求計算之氣壓擾動場偏差量之垂直梯度在 1.125，7.125 公里高度之水平剖面圖：

檢視 a ~ b 圖，發現較低層 (a 圖)，正區都有較好的型態反求結果，而 b 圖顯示在型態上有偏

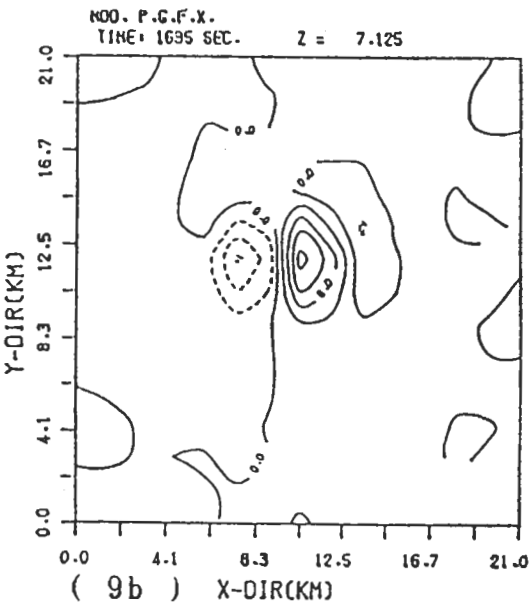
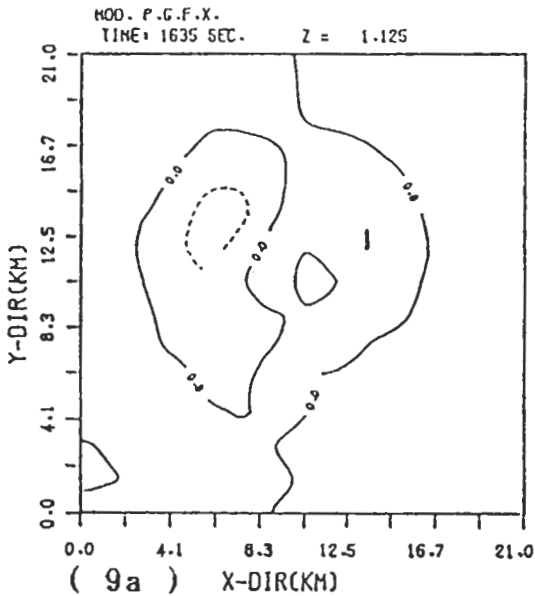


圖 9：模式氣壓擾動場偏差量X 向水平梯度之
水平剖面圖，高度為(a) 1.125 km，(b)
7.125 km。(× 0.001 kg / m² /
s²)

移，數值上正區是被低估、負區是高估。

圖 15a ~ 15b 與圖 16a ~ 16b 是模式與反求
計算之氣壓擾動場偏差量之垂直梯度在 Y = 12.0
， 13.5 公里處之垂直剖面圖：

從垂直剖面的比較發現反求計算與模式有甚大
的差異：在型態上已由正負水平分佈改變為壓扁的
水平帶狀分佈，且負區亦有顯著的數值高估。

(B)溫度方面：

在氣壓方面的整體比較顯示：在中下層有較佳
的結果，而運動性質強勢區的中高層反求結果較差

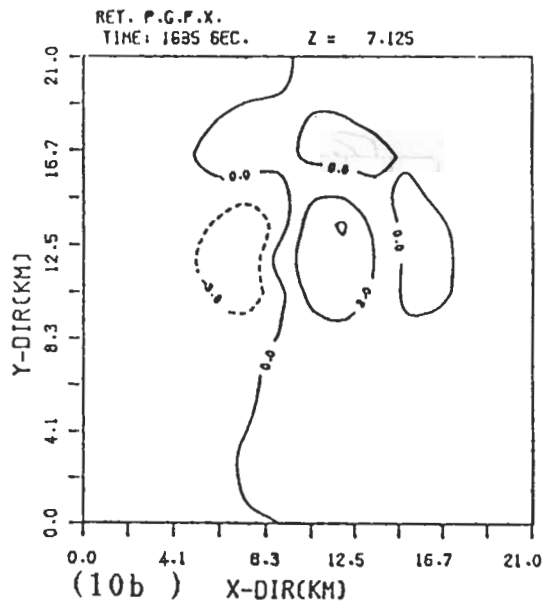
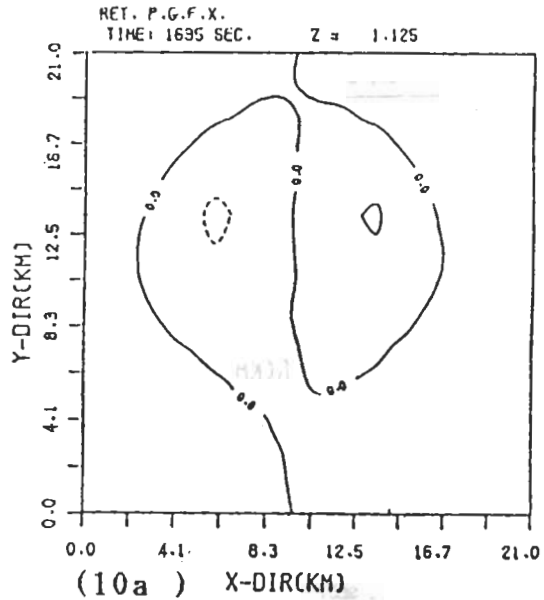


圖 10：同圖 9，但為反求結果。

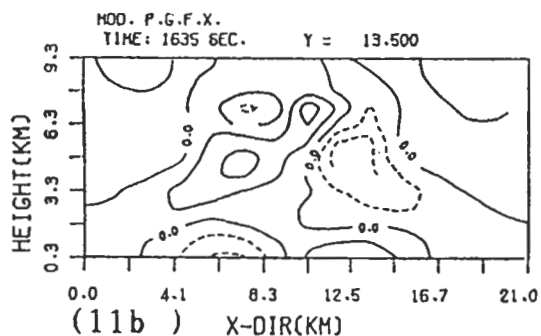
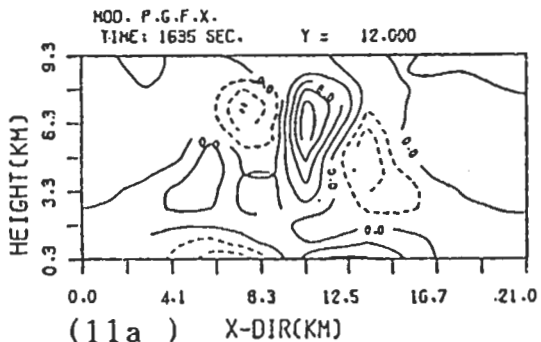


圖 11：模式氣壓擾動場偏差量X 向水平梯度之垂直剖面圖，Y=(a) 12.0 km，(b) 13.5 km。(× 0.001 kg / m² / s²)

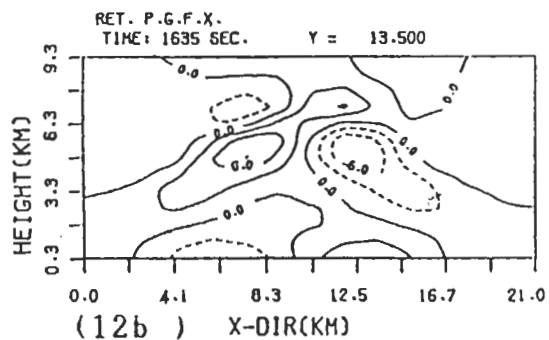
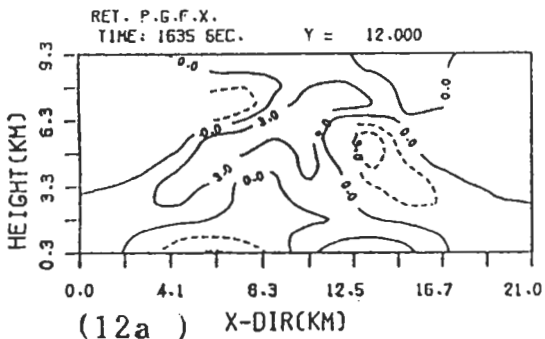


圖 12：同圖 11，但為反求結果。

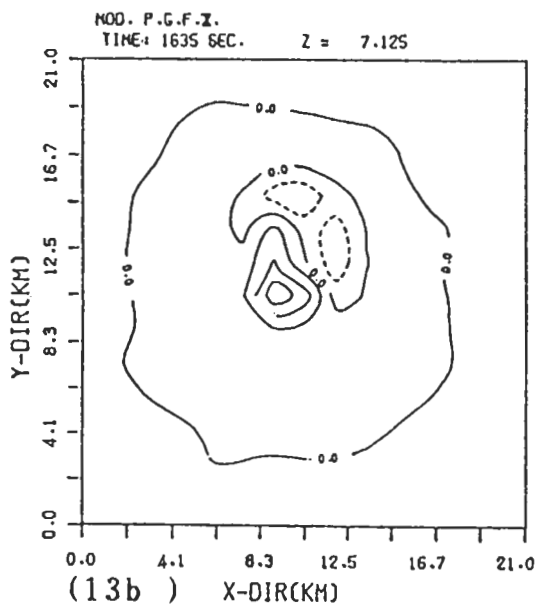
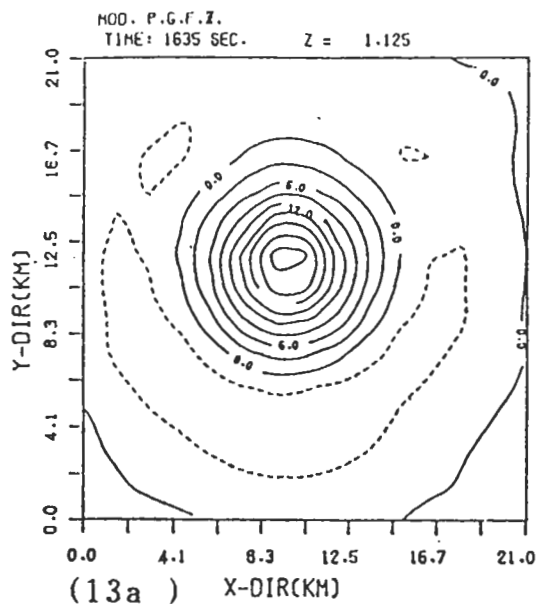


圖 13：模式氣壓擾動場偏差量垂直梯度之水平剖面圖，高度為(a) 1.125 km，(b) 7.125 km。(× 0.001 kg / m² / s²)

，從第三動量方程式可知到，垂直氣壓梯度的誤差將直接影響到位溫擾動場的計算。

(1)位溫擾動場偏差量的比較：

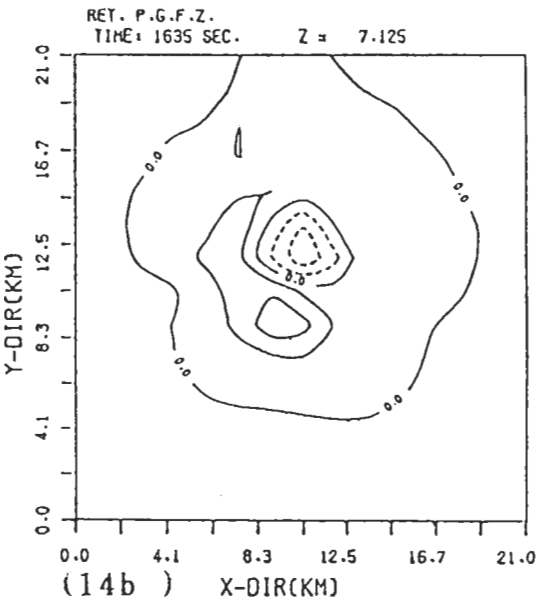
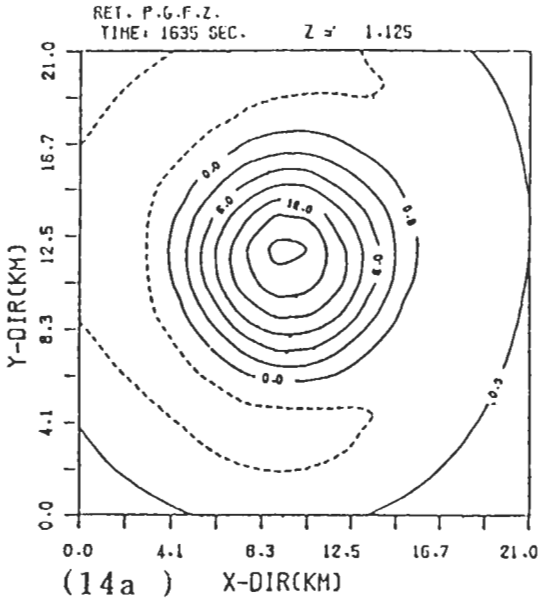


圖14：同圖13，但為反求結果。

圖17a ~ 17b 圖18a ~ 18b是模式與反求計算之位溫擾動場偏差量在1.125, 7.125公里高度之水平剖面圖：

檢視a圖發現有較好的反求結果，而b圖之反求結果與模式的差距則較大：在中高層，反求結果不僅在數值上有絕對的低估，甚至於型態上，已全非原有的熱力場，在7.125 Km 高度之負位溫擾

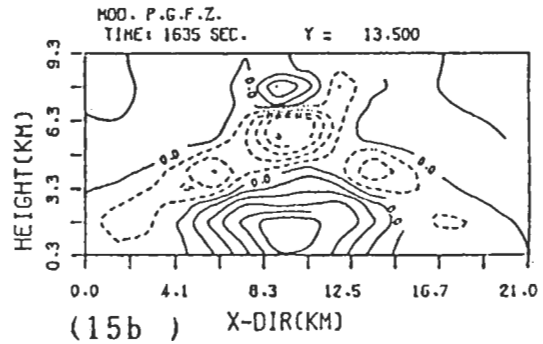
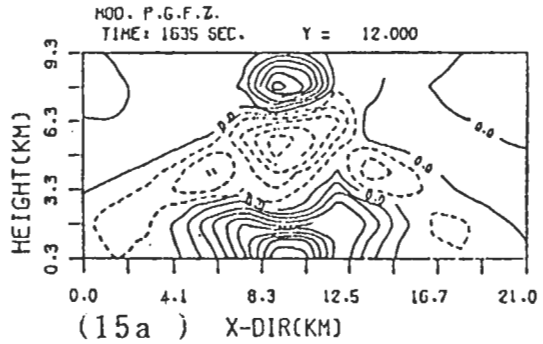


圖15：模式氣壓擾動場偏差量垂直梯度之垂直剖面圖，Y = (a) 12.0 km, (b) 13.5 km。 ($\times 0.001 \text{ kg} / \text{m}^2 / \text{s}^2$)

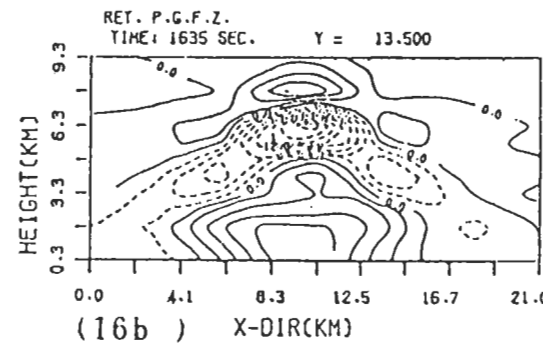
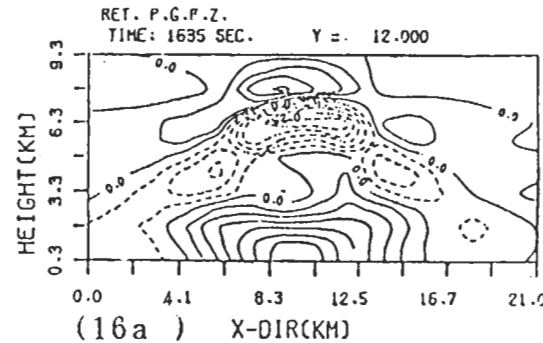


圖16：同圖15，但為反求結果。

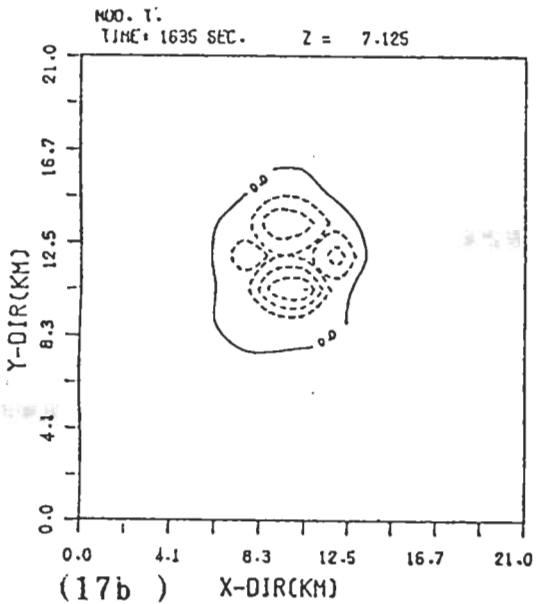
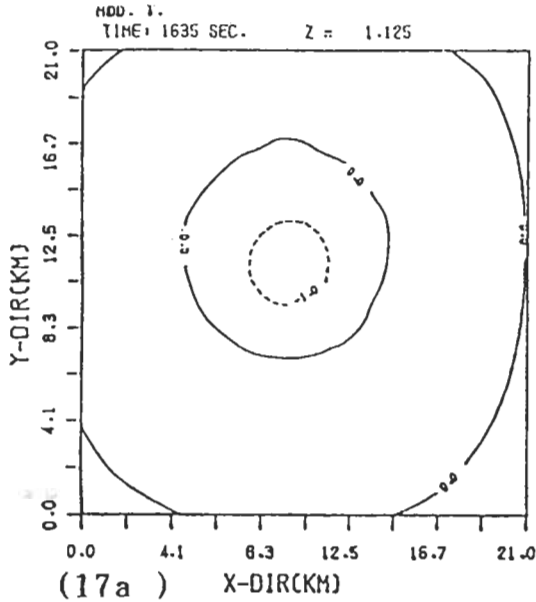


圖17：模式位溫擾動場偏差量之水平剖面圖，
高度為(a) 1.125 km，(b) 7.125 km
。(degree C)

動強勢已減少 2°C 之多。

圖 19a ~ 19b 與圖 20a ~ 20b 為模式與反求
之位溫擾動場偏差量在 Y = 12.0, 13.5 公里處
之垂直剖面圖：

從圖 a、b 發現垂直方向的型態良好，但數值
上卻有很大的差距；從 a、b 圖可發現正位溫擾動
核心，範圍、強度都較模式為小且弱；在高層的負
區上，三個核心僅剩一個，且強度衰減，範圍亦縮
小。

從以上的比較發現：一般在下層有較好的反求
結果，而在模式運動性質變化大的高層有較大的誤

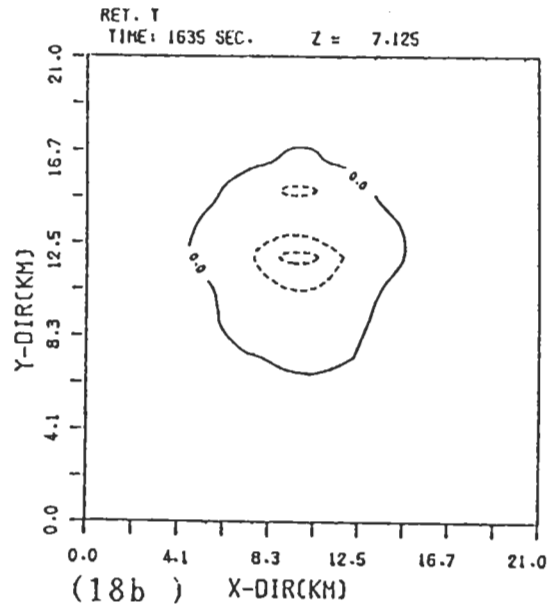
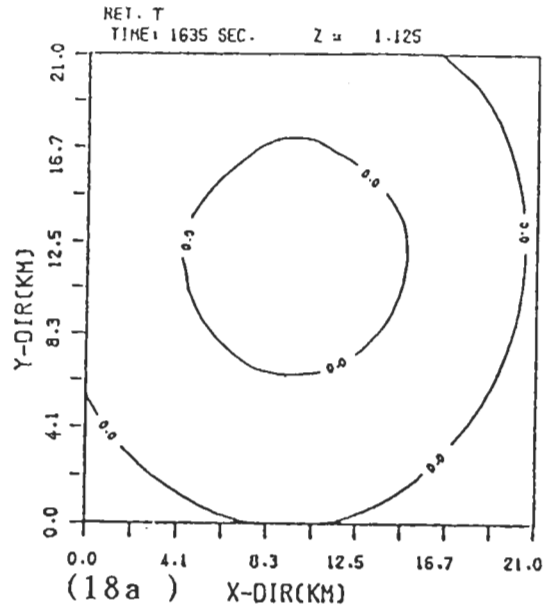


圖 18：同圖 17，但為反求結果。

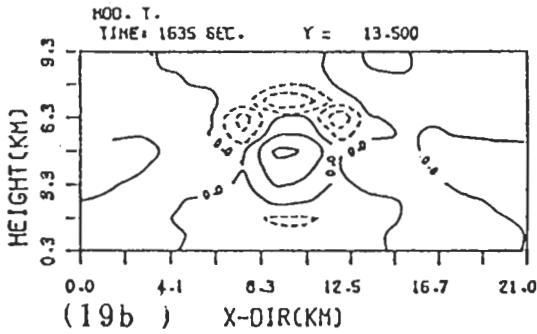
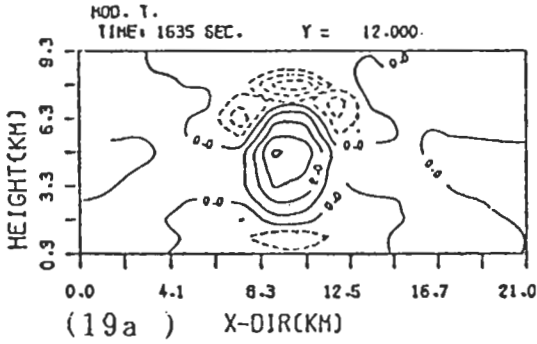


圖19：模式位溫擾動場偏差量之垂直剖面圖，
Y = (a) 12.0 km, (b) 13.5 km。(degree C)

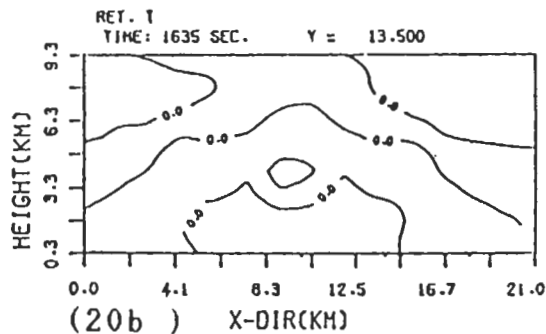
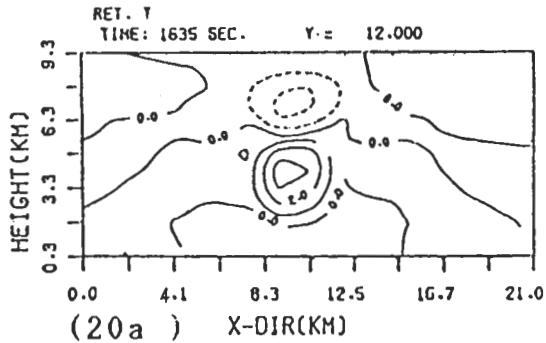
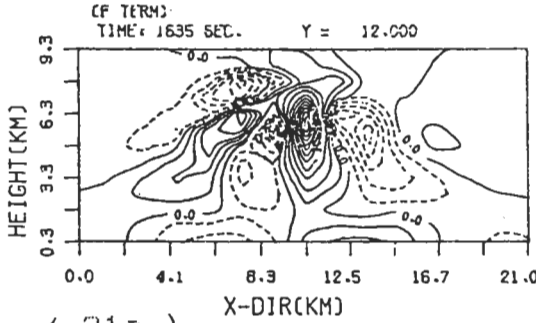


圖20：同圖19，但為反求結果。

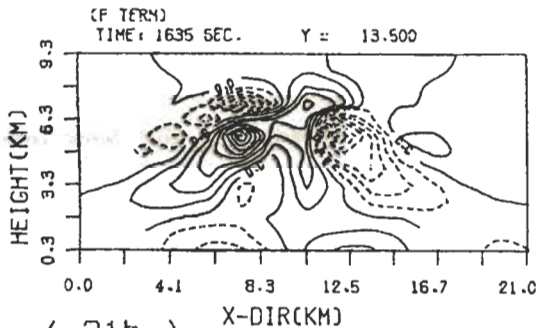
差。平滑效應造成各層次之高、低估及位置偏移的情況，將造成垂直氣壓梯度的誤差而影響溫度的計算。

反求法具有強烈的平滑效應，如圖7與圖8，模式的型態在中下層正、負區都是向下凹陷，而反求結果卻是水平平坦的型態，這種結果將造成上升氣流核心強度較弱而範圍較大的誤認。而反求法之這種平滑效應，則是來自解析度不佳的情況下，數值差分方法無法解析變化大的區域，模式本身網路解析度為 $\Delta X = \Delta Y = 1.5 \text{ Km}$ ； $\Delta Z = 0.75 \text{ Km}$ ，並非是好的解析度，由於風場已被內插，所以，模式解析度為反求法解析度的二倍，因此，原本風場變化大的地方，將因內插的平滑作用而導至物理意義的受掩蓋而有所誤解；模式中較小範圍的強勢核心區，乃無法保持其應有的水準，使得在高層強勢核心區有相當大的減弱，且形成水平拉展的型態，原來是水平正、負分佈的氣壓擾動場偏差量變成上、下正負分佈的氣壓擾動型態，扭曲至為嚴重。在這種情況下，並不能用之於垂直方面的分析；在都譜勒雷達觀測資料中，距離雷達較近的資料，有較好的解析度，隨著距離、高度的增加，解析度漸減，使得較高、較遠處的都譜勒雷達資料所能解析的物理性質都較差，真正的系統結構將發生嚴重的扭曲，尤其是垂直方向整體的壓扁效應。很明顯的，反求法的誤差來源主要是來自解析度的不佳、數值差分方法的截斷誤差。在反求法中所採用的S.O.R法也是有問題存在，因為反求法應用於實測資料時，是無法估計S.O.R法所需的計算次數是多少為最佳，而最佳的程度又是如何？所允許的誤差該如何設定？前面的比較顯示，反求氣壓擾動場偏差量有時是高估，但數值方法本身是衰減因子，而使最大值的位置時對時錯；而令人懷疑的高估，可能是來自於S.O.R法，（如：圖7與圖8最大負區核心）。

由於反求法擁有的資料是風場，且緩和法的平滑性是與在不同解析度下的強迫項（forcing term）之空間分佈有密切的關係，因此，除非有高解析度的風場，氣壓、位溫擾動場才可以對風場



(21a)



(21b)

圖 21: F 項之垂直剖面圖, Y = (a) 12.0 km, (b) 13.5 km。 (× 0.0001 m / s²)

作較一致的反應。圖 21a、21b 為強迫項在 Y = 12.0, 13.5 公里之垂直剖面圖：發現強迫項的分佈較無變化的低層，有較佳的反求結果；而強迫項的分佈變化較大之高層，反求結果較差。若從 F 項的分佈來看（圖 22a、b），F 項分佈的變化較大區，即垂直運動較大區；圖 22a 顯示 F 項在中高層有相當大的變化，圖 11a、12a 卻顯示很大的差異；而 F 項的分佈變化較小（圖 22b）則有較佳的結果（圖 11b、12b）。

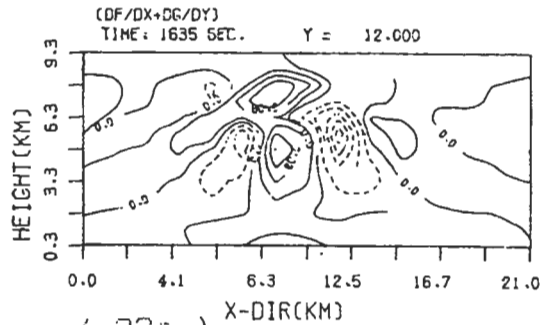
以上的討論顯示一個現象：強迫項之分佈其變化鉅者，將有較差的反求結果，而這可能是在解析度不佳的情況下，數值方法無法解析強迫項的分佈變化所致。

五、結論

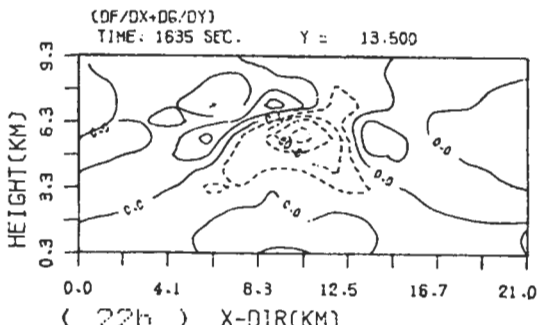
利用三維數值雲模式驗證氣壓、溫度擾動場反

求法之正確性，反求結果與模式之比較，顯示反求結果之誤差的大小與風場之梯度及網格解析度有關。從強迫項的分佈情形來看，其變化大者，即是在運動性質強勢區域，反求結果較差，而造成此種結果是由於網格解析度不佳，數值方法無法解析出強迫項的變化所致。在風場梯度的空間變化較弱區有較佳的反求結果，反之，較強區反求結果則較差；而當壓力場有誤差時，由垂直氣壓梯度反求之浮力場將會有較大的誤差。從本文的反求結果，可以看出：高層輻散的強度低估、最大上升速度核心區範圍的擴大及強度的減弱，將造成強度較弱之風暴的誤認。

理論上，反求法所具有之平滑效應，對正、負最大值區是一衰減因子，對非最大值區則可能是增強因子，而其平滑性將造成最大值位置的偏移；當使用內插後之風場時，風場所應該對應的動力已被



(22a)



(22b)

圖 22: (dF / dx + dG / dy) 項之垂直剖面圖, Y = (a) 12.0 km, (b) 13.5 km。 (× 0.0000001 s⁻²)

平滑，再經S.O.R法的多次反復計算將可能造成正區改變為負區，且造成負區最大值的過估。

在數學上，反求法是合理的，只要能夠得知水平平均值，則真正擾動場（相對於環境）就可以得知；但是，數學式一旦被寫成數值差分方程式時，反求結果將受到網格解析度的影響，及風場的內插處理過程而有數值上、型態上的扭曲；在實測資料中，一般都雷達觀測都提供沿波束方向上的脈波寬度（約150m）中有一個徑向速度（radial velocity）的資料，而雷達資料在高處及遠處，解析度較差，亦即雷達資料是一多種解析度的觀測資料，解析度較差的資料所能保有的物理較差，使得在取用資料時，已無法完全解析天氣，且由於計算機容量的問題，由圓柱座標系之徑向風場經由座標轉換及內插方法得到直角座標系之風場，一般都以1公里網格距離為準，因而，這些處理或多或少將變化較大的運動消弭或減弱。實際上，反求法與數值模式最大的不同處是：反求法唯一擁有的資料是風場，亦即無法如模式一樣，擁有其他關於氣壓或溫度擾動場的資訊來作氣壓、溫度擾動場對風場一致性充分反應之修正。而本文的實驗顯示，強迫項之分佈與網格解析度間的關係影響反求結果的正確性。在未來，將以不同的風場資料組及解析度來測試其對反求結果正確性的影響。

誌謝

本文在國家科學委員會NSC-75-0202-M-008-23專題研究的資助、及陳景森老師提供三維數值雲模式的協助下得以完成，謹表謝意。感謝中央大學大氣物理學系微電腦中心提供繪圖程式。

參考文獻

- Bonesteel, R. G., and Y. J. Lin, 1978: A study of updraft-downdraft interaction based on perturbation pressure and single-Doppler radar data. Mon. Wea. Rev., 106, 62-68.
- Brandes, E. A., 1984: Relationship between radar derived thermodynamic variables and tornadogenesis. Mon. Wea. Rev., 112, 1033-1052.
- Chong, H., and J. Testud, 1983: Three-dimensional wind field analysis from dual-Doppler radar data. Part 3: The boundary condition: An optimum determination based on a variational concept. J. Climate Appl. Meteor., 22, 1227-1241.
- Gal-Chen, T., 1978: A method for the initialization of the anelastic equations: Implications for matching models with observations. Mon. Wea. Rev., 106, 587-606.
- , 1979. A method for calculating temperature, pressure, and vertical velocities from Doppler radar observations. Preprints 11th Conf. Severe Local Storms, Kansas City, Amer. Meteor. Soc., 492-496.
- , 1982: Errors in fixed and moving frame of references: Applications for conventional and Doppler radar analysis. J. Atmos. Sci., 39, 2279-2230.
- , and C. E. Hane, 1981: Retrieving buoyancy and pressure fluctuations from Doppler radar observations: A status report. Progress in Radar Meteorology, Atmos. Technol., No. 13, 98-104.
- , and R. A. Kropfli, 1984: Buoyancy and pressure perturbations derived from dual-Doppler radar observations of the planetary boundary layer: Applications for matching models with observations. J. Atmos. Sci., 41, 3007-3020.
- Hane, C. E., and P. S. Ray, 1985: Pressure and buoyancy fields derived from Doppler radar data in a tornadic thunderstorm. J. Atmos. Sci., 42, 18-35.
- , and B. C. Scott, 1978: Temperature and pressure perturbations within convective clouds derived from detailed air motion information: Preliminary testing. Mon. Wea. Rev., 106, 654-661.
- , R. B. Wilhelmson, and T. Gal-Chen, 1981: Retrieval of thermodynamic variables within deep convective clouds: Experiments in three dimensions. Mon. Wea. Rev., 109, 564-576.
- Klemp, J. B., and R. B. Wilhelmson, 1978a: The simulation of three-dimensional convective storm dynamics. J. Atmos. Sci., 35, 1070-1096.
- Lhermitte, R., and L. J. Miller, 1970: Doppler radar methodology for the observation of convective storms. Preprint, 14th Conf. on Radar Meteorology, Amer.

- Meteor. Soc., 133-138.
- Lin, Y.J., T.C. Wang, and J.H. Lin, 1986: Pressure and temperature perturbation within a Squall-line thunderstorm derived from SESAME Dual-Doppler data. J. Atmos. Sci., 43, 2302-2327.
- Ray, P.S., C.L. Ziegler, W. Bumgarner and R.J. Serafin, 1980: Single- and multiple-Doppler radar observations of tornadic storms. Mon. Wea. Rev., 108, 1607-1625.
- Roux, F., 1985: The retrieval of thermodynamic fields from multiple-Doppler radar data using the equation of motion and the thermodynamic equation. Mon. Wea. Rev., 113, 2142-2157.
- , J. Testud, M. Payen, and B. Pinty, 1984: Pressure and temperature fields retrieved from dual Doppler radar data: An application to the observation of a West-African squall-line. J. Atmos. Sci., 41, 3104-3121.
- Wilhelmson, R.B., and C.S. Chen, 1982: A simulation of the development of successive cells along a cold outflow boundary. J. Atmos. Sci., 31, 1466-1483.
- Ziegler, C.L., 1985: Retrieval of thermal and microphysical variables in observed convective storms. Part 1: Model development and preliminary testing. J. Atmos. Sci., 42, 1487-1509.

VERIFICATION OF DOPPLER RETRIEVAL TECHNIQUE BY USING A 3-D CLOUD MODEL

Hang-Sen Lin *Tai-Chi Chen Wang*

Dept. of Atmospheric Physics
National Central Univ.
Chung-Li, Taiwan, R.O.C.

(manuscript received on July 20 1987; in final form September 22 1987)

ABSTRACT

Multiple Doppler radars observations can provide detail wind measurements within a precipitation system. But there is no direct measurements of dynamic and thermodynamic field except very few airplane penetrations. An indirect retrieval method was suggested by Gal-Chen (1978) to calculate perturbation pressure and density field from Doppler wind.

Gal-Chen and Kropfli (1984), Roux et al. (1984), Hane and Ray (1985), Lin et al. (1986) applied this technique to real data case studies. Their results indicated that the retrieved dynamic structure are consistent with kinematic field. However, the retrieved perturbation field is the deviation from a unknown horizontal mean value, the results were difficult to be verified.

Through a 3-D numerical cloud model (Wilhelmson and Chen, 1982), the model output wind field were used as data in the momentum equations to retrieve perturbation pressure and virtual temperature. Overall the retrieved pattern are very similar to the model's. At lower and middle levels, the maximum center location and maximum value match very well. At upper levels, some distortion happened. The location of these erroneous perturbation pressure is associated with the large spatial variation in the forcing term distribution which was deduced from the strong wind gradient.

The perturbation pressure center position shift lead to erroneous temperature field at upper levels.

In order to find out the relation between proper resolution for different forcing terms distribution, more test will be done in the near future.

Key words: Doppler wind, thermodynamic field, retrieval